II Conferencia de Ingeniería de Organización
Vigo, 5-6 Septiembre 2002

Valor Actual Neto modificado y coste de capital equivalente por periodo en la evaluación de proyectos con flexibilidad operativa

F. Ruiz [1], P. Solana[2]
[1]Dr. Ingeniero Industrial UPM, Master in Science of Management from MIT Sloan School of Management, Ingénieur Civil en Gestion Industrielle from Université Catolique de Lovaine, Departamento de Ingeniería de Organización, Administración de Empresas y Estadística, ETSI Industriales de Madrid (fruiz@ingor.etsii.upm.es)
[2]Dr. Ingeniero Industrial UPM, Departamento de Ingeniería de Organización, Administración de Empresas y Estadística, ETSI Industriales de Madrid (psolana@etsii.upm.es)

RESUMEN

Cuando se valora una inversión en un proyecto con un elevado grado de flexibilidad operativa, es necesario tener en cuenta el valor añadido que la capacidad de decisión conlleva (asociada, por ejemplo, a la apertura o cierre de una planta de producción, en función de los niveles de precio del producto en cada instante de tiempo). La metodología que mejor captura este elemento decisorio es la asociada a la valoración por el método de opciones reales. Existe, sin embargo, una ligazón conceptual entre la valoración por opciones reales y el esquema tradicional del Valor actualizado Neto del proyecto: esta ligazón proviene del hecho de que, en efecto, el valor de la inversión calculado por el método de opciones reales es equivalente a un VAN donde el coste de capital varía en cada periodo. La valoración por opciones reales se configura,, entonces, como una herramienta adicional para calcular dicho coste de capital en cada periodo, distinta a la derivada por el CAPM, que a diferencia de la metodología del VAN, captura adicionalmente el valor de las opciones incluidas en el proyecto. Se presentan resultados para valoración de centrales de producción de energía eléctrica, teniendo en cuenta su flexibilidad operativa.

1. Introducción

La valoración de proyectos utilizando la metodología de opciones reales es relativamente reciente. A pesar de que las primeras aplicaciones a la valoración proyectos cuyo producto final cotiza en mercados muy parecidos al financiero (e.g. minas de oro y otros metales) tiene ya alrededor de los 15 años, las dificultades y sutilezas en algunas de las herramientas empleadas en opciones reales han ralentizado su uso generalizado en la valoración de proyectos.

Por otro lado, se debe sopesar el valor añadido de la metodología de opciones reales respecto a la tradicional del Valor Actualizado Neto. El objeto de cualquier herramienta cuantitativa de valoración es capturar, de la forma más precisa posible, la naturaleza intrínseca del proyecto valorado; así, es bien sabido que el VAN no puede capturar adecuadamente las consecuencias de ciertas decisiones esencialmente dinámicas, adoptables tan sólo en un futuro incierto. Los árboles de decisión, si bien tratan de tener en cuenta las posibles evoluciones de las variables en un futuro, enseguida se tornan en intratables por su complejidad, además de presentar la dificultad del cálculo del coste de capital a aplicar que, al incluir el proyecto opciones, no puede considerarse constante sino variable para cada instante o periodo de tiempo considerado.

La metodología de las opciones reales parte, esencialmente, de donde los árboles de decisión dejan de ser eficientes, y aprovecha (debidamente adaptados) los resultados de la teoría de opciones financieras. Estos resultados, a menudo producto de la investigación conjunta y exhaustiva de matemáticos y economistas, encapsulan en formulaciones cerradas o esquemas relativamente sencillos toda la incertidumbre asociada a la evolución futura de las inversiones. Además, incluyen un concepto poderoso: la *valoración riesgo neutro*, que elimina las complejidades asociadas al cálculo de la tasa de descuento en el VAN. La valoración riesgo neutro está íntimamente ligada a la ausencia de oportunidad de arbitraje, e implica un cambio de medida en la estimación de los momentos de las variables estocásticas de las que depende el valor del proyecto. Este cambio de medida, en el caso de proyectos cuyo producto no se comporta exactamente como un activo financiero (esto es, no se tiene garantizada una total liquidez en cualquier instante de tiempo y se puede comprar/vender a corto) no es tan directo como en el caso de, por ejemplo, una acción cotizada. Sin embargo, aún es posible ajustar adecuadamente la medida acudiendo a modelos de equilibrio económico como el Capital Asset Pricing Model.

En cualquier caso, para aplicar la metodología de opciones a la valoración de proyectos, es necesario que el proyecto tenga una opción (o un conjunto de opciones) inherentes al mismo, es decir, que no existirían de no acometerse el proyecto. En primera aproximación, existen tres grandes grupos de proyectos con opciones implícitas:

- Proyectos con flexibilidad operativa (por ejemplo, el caso que ocupa este trabajo: una planta de generación de energía eléctrica con posibilidad de abrir o cerrar en función de los niveles de precios de la electricidad).
- Momento óptimo de realizar una inversión con incertidumbre (por ejemplo, analizar si conviene invertir en este momento o en un futuro, dependiendo de la evolución del subyacente; la similitud con la determinación del momento óptimo de ejercicio de una opción americana es evidente en este caso)
- Valoración de proyectos o empresas con un alto grado de incertidumbre sobre su futuro (empresas de nueva economía y proyectos de investigación y desarrollo donde, cada cierto tiempo, debe poderse tomar decisiones que afecten al proyecto, incluso la decisión de cancelar el proyecto o cerrar la empresa).

El presente trabajo parte de los resultados de valoración de una planta de generación de energía eléctrica tanto por el método del VAN como por el de opciones reales, e investiga en las conexiones que se pueden establecer entre ambos métodos.

2. VAN y opciones reales

Existen, como cabe esperar, conexiones entre el cálculo del Valor Actualizado Neto de un proyecto y el cálculo de su valor por opciones reales. El VAN no tiene en cuenta la flexibilidad operativa de la planta, luego cabría esperar que, para precios de la electricidad suficientemente altos (para los que la planta, según el esquema flexible, estaría funcionando casi continuamente) el VAN y el esquema de opciones reales diera el mismo resultado. Esto sería ciertamente así *si la tasa de descuento empleada en el esquema de opciones reales fuera la misma que para el VAN, y la tasa de descuento del VAN fuera coherente con el cambio de medida a riesgo neutro y tasa de descuento libre de riesgo.* Se espera que esto sea así por coherencia general de los métodos de valoración asentados en finanzas. Debe señalarse, no obstante, que las estimaciones en coste de capital están sujetas a errores de tipo estadístico y, en general, ambos esquemas de valoración no coincidirán exactamente.

Como se comentó anteriormente, sin embargo, en el esquema de opciones reales el establecimiento de probabilidades de transición riesgo neutro obliga a que la tasa de descuento sea la libre de riesgo (en oposición a la tasa de descuento del VAN). Por tanto, si no se actualizan los flujos de caja del VAN de forma coherente con el esquema de opciones reales, el resultado anterior no será en general cierto.

Además, entra en juego la desigualdad de Jensen: el VAN calcula valores actualizados de sumatorios de esperanzas de flujos de caja, mientras que la metodología de opciones reales calcula la esperanza de valores actualizados de flujos de caja. Para un problema convexo, esto arroja una diferencia adicional (positiva) entre el valor del proyecto por opciones reales y por VAN.

La cuestión a resolver, entonces, es determinar la tasa de descuento (o las tasas de descuento, una para cada periodo) que hacen iguales los valores del esquema de opciones reales y el esquema del VAN. Esto es, se busca la estructura temporal de la tasa de descuento implícita en la valoración por el esquema de opciones reales.

3. Valoración de una planta de producción de energía eléctrica

Se presenta a continuación un resumen de resultados de valoración anteriores. La planta se valora teniendo en cuenta las opciones de apertura y cierre de que se dispone en función de los niveles de precios en los que se encuentre el kWh, representando el proceso de evolución de precios mediante un árbol binomial (en el caso de procesos browniano-geométricos) o trinomial (en el caso de un proceso con reversión a la media). El cálculo del valor del proyecto en el instante actual por el método de los árboles es equivalente a resolver las ecuaciones en derivadas parciales resultantes por métodos numéricos.

La planta de producción de energía eléctrica se considera flexible en el sentido de permitir su apertura y cierre en momentos óptimos, dependientes exclusivamente del nivel de precios del instante considerado y del valor de los parámetros de los modelos. Cuando la planta está abierta (cerrada) y decide cerrarse (abrirse), el resultado es equivalente a ejercer la opción de cierre (apertura) recibiendo en pago un activo con valor igual al de la planta cerrada (abierta), restando los costes de ejercicio correspondientes al cierre (apertura).

Resolviéndolos árboles correspondientes, se llega a la obtención del valor de la planta de producción de energía eléctrica. La Figura 1 representa el valor en función del precio actual del Kwh. Ambas líneas están obtenidas utilizando el esquema de cálculo de opciones reales, descontando entonces a la tasa libre de riesgo y utilizando □ransición□des de □ransición riesgo neutro. La superior tiene en cuenta la flexibilidad, mientras que para el cálculo de la inferior se ha obligado a la planta a funcionar en cualquiera de los escenarios.

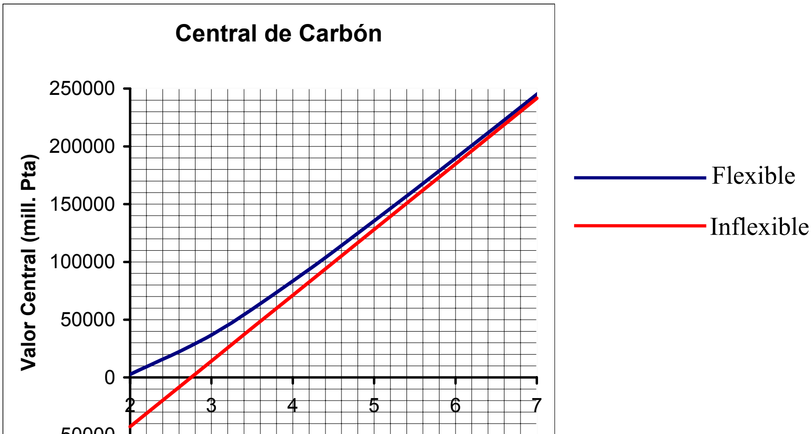

Figura 1. Valores de la central con y sin flexibilidad como función de los precios iniciales del Kwh

La diferencia, a cada precio inicial fijo, entre ambas curvas proporciona el valor de la opción de abrir o cerrar la planta en función del nivel de precios. Debe incidirse en que esta es, en gran medida, la operativa real de determinadas unidades de generación. Por tanto, la opción que se está valorando tienen un carácter muy real y, como puede comprobarse en las gráficas, significativo para valores bajos de los precios iniciales.

4. Cálculo de las tasas de descuento equivalentes

Los datos de que se parte para el ejemplo numérico son los siguientes:

- Punto de funcionamiento de la planta: 380.000 Kw
- Coste variable de la planta: 3.8pta/Kwh
- Coste de cierre de la planta: 0 ptas
- Coste de apertura de la planta: 2.000.000ptas
- Precio inicial del subyacente: 5 ptas/Kwh

Los costes fijos no se tienen en cuenta ya que, aunque influyen en la valoración de la planta, no lo van a hacer para determinar la mejor de las soluciones operativas posibles.

Se supone que la planta tiene una vida remanente de 100 meses (el ejemplo es ilustrativo y se desea mantener el coste computacional bajo), al final de los cuales su valor residual se considera nulo. El valor de apertura se ha tomado haciendo una media de los costes de apertura en frío, en templado y en caliente, puesto que en éste modelo sólo se tendrá en cuenta un coste de apertura único (se comprueba, por otra parte, que discriminar entre los diferentes costes de apertura no influye significativamente en la valoración de la planta)

Las probabilidades riesgo neutro de la planta se calculan usando los siguientes datos:

- Variabilidad del precio: 20%
- Tasa libre de riesgo: 0.04
- Intervalo de tiempo: 1 mes por cada paso del árbol.

La medida riesgo neutro queda así caracterizada por:

- Probabilidad de subida=0,51429588
- u= 1.059680393 (tasa de crecimiento)
- d= 0.943680760 (tasa de decrecimiento)

Según estas probabilidades se calcula el valor de la planta flexible. Los resultados de todos los nodos dan lugar a un árbol binomial en el que se puede identificar el valor de la planta en cada nodo. En la siguiente gráfica (Figura 2) se muestra el esquema del árbol binomial, referenciando las (potencialmente diferentes) tasas de descuento coherentes con el VAN que se obtendrán posteriormente.

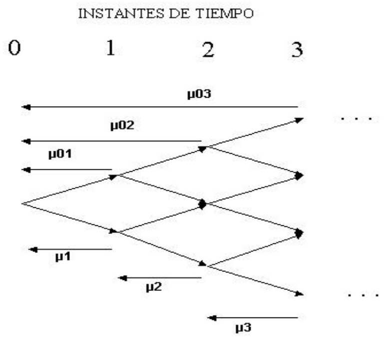

Figura 2. Esquema relacional de tasas de descuento

Los resultados de correr el algoritmo para los 7 primeros meses acorde a las probabilidades de riesgo neutro se muestran en la figura 3.

Supóngase ahora que las probabilidades *reales* para el árbol son las siguientes: La probabilidad de subida real 0,6 y la de bajada real de 0,4 en cada uno de los nodos. Con estas probabilidades reales y con los resultados de la valoración de la planta en cada nodo obtenidas utilizando la valoración riesgo neutro podemos calcular la tasa adecuada de descuento a aplicar según el instante de tiempo en el que se esté.

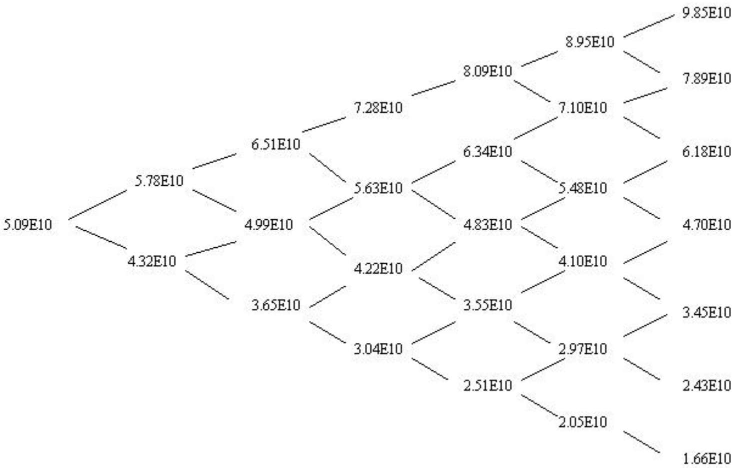

Figura 3. Valores de la central con flexibilidad

Se comenzará calculando la tasa μ_{01}:

$$VAN = \frac{E[V_1 / t = 0]}{1 + \mu_{01}}$$

$$5{,}0988160 = \frac{0{,}6 * 5{,}782299\text{E}10 + 0{,}4 * 4.322268\text{E}10}{1 + \mu_{01}}$$

de donde $\mu_{01} = 0.021077$

Para obtener las tasas anuales deberemos multiplicar por 12 (las tasas calculadas son mensuales) . Con lo que :

μ_{01} anual = 0.2529

La tasa μ_{02} será la siguiente:

$$VAN = \frac{E[V_2 / t = 0]}{(1 + \mu_{02})^2}$$

$$5{,}098816\text{E}10 = \frac{(6.510470\text{E}10 * 0{,}6^{2} + 4.96625\text{E}10 * 0{,}6 * 0{,}4 + 3.65944 * 0{,}4^2)}{(1 + \mu_{02})^2}$$

de donde:

μ_{02} = 0.0207949

μ_{02} anual = 0.24953

De igual forma se obtienen los diferentes valores μ_{0k} :

k	1	2	3	4
Valor de μ_{0k}	0.25290	0.24953	0.24622	0.24295

Con estos datos se puede observar que las tasas parten de un 25,29% y van descendiendo muy lentamente debido al efecto del valor residual nulo.

Se trata a continuación de calcular los valores de μ_k . Podría pensarse en calcular tasas de descuento en cada uno de los nodos en un instante de tiempo dado (por ejemplo, en el instante 2 se podrían calcular dos tasas de descuento y después promediar para calcular la tasa μ_2). Un sencillo cálculo muestra que esta aproximación es incoherente con la evolución de las tasas μ_{0k} calculadas anteriormente. La forma más clara de determinar los valores de μ_k es resolviendo, desde k=1, el sistema de ecuaciones:

$$(1+\mu_{0k})^k = \prod_{j=1}^{k}\left(1+\mu_j\right)$$

k	1	2	3	4
Valor de μ_k	0.25290	0.24617	0.23961	0.23322

Estructura decreciente de costes de capital interperiodo, consistente con los resultados anteriores.

5. Estudio paramétrico

A la hora de establecer la tasa de descuento equivalente, existen dos elementos clave que deben tenerse en cuenta:

1. El cambio de la medida basada en las probabilidades reales a la medida basada en las probabilidades de riesgo neutro.
2. El hecho de que el VAN contabiliza flujos de caja esperados, promediando sobre los mismos, mientras que la identificación de las opciones del proyecto hace que, en determinados nodos del árbol, el valor del proyecto cambie cualitativamente (ejercicio de la opción)

Un ejemplo sencillo ilustrará el efecto de dichos elementos. Supóngase que se tiene un proyecto cuyo modelo contempla únicamente un salto temporal. El proyecto está actualmente en funcionamiento, pero se tiene la opción de cerrarlo en el siguiente paso de tiempo si las circunstancias así lo aconsejan. Se supone que el valor del proyecto en marcha es una función lineal del precio producto *S*:

$$V = k \cdot S - C_1$$

donde, por ejemplo, *k* puede representar el número de unidades producidas a precio unitario *S*, y C_1 los costes de producción. Si se decide cerrar la planta, ello será debido a que los costes de cierre (C_2) son menores en valor absoluto que las pérdidas ocasionadas por el funcionamiento de la planta.

Desde el punto de vista de la metodología VAN, el valor actual del proyecto es un promedio de los flujos de caja esperados en el futuro, usando las probabilidades de transición *reales* q:

$$VAN = \frac{q(k\cdot S^u - C_1) + (1-q)(k\cdot S^d - C_1)}{1+\mu}$$

donde los superíndices *u* y *d* denotan los valores de *S* en los nodos superior e inferior del árbol, respectivamente.

Desde el punto de vista de las opciones reales, el valor del proyecto será

$$VAN_{OP} = \frac{p \cdot V^u + (1-p) \cdot V^d}{1+r}$$

donde $V^{u,d}$ es el valor del proyecto en cada uno de os nodos superior e inferior del árbol y p es la probabilidad de subir (riesgo neutro). Dicho valor coincidirá con el valor en los nodos del VAN *siempre y cuando no se ejerza la opción de cerrar la planta* (las diferencias entre estos valores se darán, en general, para el nodo inferior y a determinados valores de la volatilidad). De hecho,

$$V^{u,d} = \max(k \cdot S^{u,d} - C_1, -C_2)$$

La tasa de descuento de la fórmula del VAN que hace coherentes ambas formulaciones será:

$$\mu = \frac{\left[q(k \cdot S^u - C_1) + (1-q)(k \cdot S^d - C_1)\right](1+r)}{p \cdot V^u + (1-p) \cdot V^d} - 1$$

La parte de opcionalidad se encuentra reflejada en los posibles valores que puede tomar $V^{u,d}$. El cambio de medida queda parametrizado por la diferencia entre q y p, o, si se prefiere, por q cuando se hace variar la volatilidad del proyecto.

El estudio paramétrico se lleva a cabo haciendo variar, precisamente, el valor de la probabilidad real q para diferentes valores de la volatilidad. La tasa de descuento encontrada se refleja en la siguiente tabla (en porcentajes) y la figura adjunta.

	Volatilidad en %			
Valor q	4%	5%	10%	20%
0	-199	-221	-269	-280
0.2	-159	-172	-197	-200
0.4	-118	-121	-126	-120
0.6	-77	-72	-55	-39
0.8	-36	-22	16	40
1	4	28	87	121

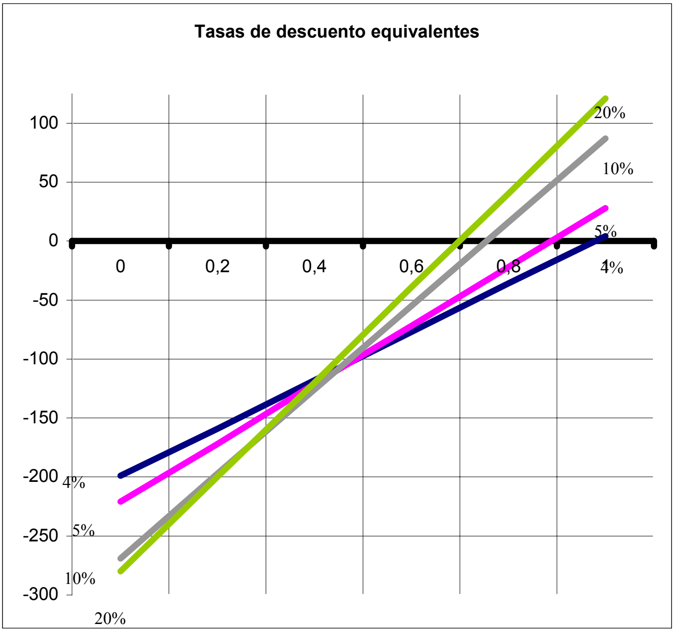

Figura 4. Tasas de descuento en función de l volatilidad (parametrizada) y q

Para el valor de volatilidad del 4%, los valores al final del árbol son esencialmente iguales: no se ejercita la opción de cerrar la planta. Por tanto, la línea representa el efecto del cambio de medida (de la real a la riesgo neutro). Como se puede apreciar, este cambio de medida induce una tasa equivalente de descuento muy negativa, creciente hasta cero cuando q toma el valor 1 (en efecto, la probabilidad p riesgo neutro para esta volatilidad tan baja es, efectivamente, igual a 1)

Para los restantes valores de volatilidad, la opción se ejerce *siempre* en el nodo inferior. Por su parte, la probabilidad de subida riesgo neutro va decreciendo. En consecuencia, las restantes líneas representan un efecto combinado de cambio de medida y efecto del ejercicio de la opción. Como es natural, son todas funciones crecientes de la probabilidad real de subida q.

En cuanto a la dependencia con la volatilidad, la figura 5 muestra que no es en absoluto lineal.

De hecho, la convexidad y signo de la derivada de las curvas cambia en función de la volatilidad y del valor de q.

6. Conclusiones

La cuestión fundamental que explora este trabajo es la de responder a la pregunta de si la valoración basada en descuentos de flujos de caja es aplicable formalmente a la valoración de proyectos con opciones implícitas. La respuesta a esta pregunta es afirmativa, una vez que se identifica la tasa de descuento apropiada.

Las principales conclusiones, a falta de un análisis más exhaustivo de un caso completo, se pueden enunciar así:

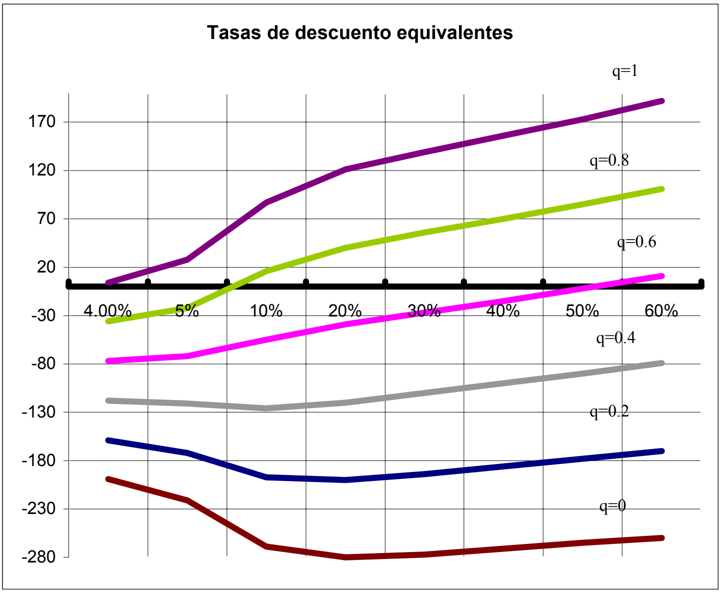

Figura 5. Tasas de descuento en función de l volatilidad y q (parametrizada)

1. A medida que la volatilidad del proyecto crece, la tasa de descuento equivalente crece. Desde el punto de vista puramente intuitivo, esto obedece a la necesidad de penalizar más acusadamente los rendimientos futuros más inciertos. Los motivos puramente numéricos se desprenden de la relación funcional entre la probabilidad riesgo neutro *p* y la volatilidad, que es una función creciente de la misma.
2. Existen tasas de descuento equivalente negativas, que pueden interpretarse como el valor añadido opcional del proyecto: revalorizan los flujos de caja por la existencia de la opción de cierre de la planta. Obviamente, a medida que la probabilidad de subida real es menor (q tendente a cero) en valor del proyecto promediado en ambos nodos con las probabilidades reales (sin descontar) tenderá a hacerse menor, abultándose la diferencia entre dicho valor y el correspondiente al dado por el método de opciones reales. En consecuencia, las tasas de descuento serán más negativas.
3. Debe investigarse en detalle los efectos enunciados en este trabajo para un caso más complejo, incluyendo el efecto de valor terminal del proyecto nulo y opciones de cierre y apertura en cada nodo.

Referencias

James E. Hodder, Antonio S. Mello, Gordon Sick, “Valuing real options: Can risk adjusted discounting be made to work? “, Journal of Applied Corporate Finance, vol 14 (2), 2001

Dixit, Avinash K., and Robert S. Pindyck, "The Options Approach to Capital Investment." Harvard Business Review, May/June 1995, pp. 105-115.

Luehrman, Timothy A. "Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers." Harvard Business Review, July/August 1998, pp. 51-67.