V Congreso de Ingeniería de Organización
Valladolid, 4-5 Septiembre 2003

Índice

Minimización del tiempo improductivo en líneas de montaje de productos mixtos con ventanas temporales.

Joaquin Bautista Valhondo [1], Jaime Cano Belmán[2], Jordi Pereira Gude[3]
[1] Doctor Ingeniero Industrial, ETSII de Barcelona UPC, Diagonal 647-08028 BCN, joaquin.bautista@upc.es
[2] Ingeniero Industrial, Becario CONACYT México-UPC, Diagonal 647-08028 BCN, jaime.cano-belman@upc.es
[3] Ingeniero Organización Industrial, ETSII de Barcelona UPC, Diagonal 647-08028 BCN, jorge.pereira@upc.es

RESUMEN

Una variante del problema de secuenciación de productos mixtos en una línea de montaje en contexto JIT es la propuesta por Yano y Rachamadugu [1]. En ella se considera la existencia de ventanas temporales en las estaciones de trabajo y el concepto de trabajo perdido. En el presente trabajo se propone una serie de procedimientos para resolver el problema, y se comparan con los existentes en la literatura a través de una experiencia computacional.

***Palabras clave**: Secuenciación, JIT, heurísticas.*

1 Introducción.

Desde nuestro punto de vista, las variantes del problema de secuencias regulares en líneas de productos mixtos menos tratadas en la literatura son las que se centran en regularizar la carga de trabajo; no obstante, existen aportaciones importantes como veremos seguidamente.

Yano y Rachamadugu [4] proponen un modelo para una variante del problema cuyo objetivo es minimizar la sobrecarga ocasionada por la secuencia. Los autores se centran en ejemplares con una sola estación y dos tipos de producto. Para la resolución del problema, proponen un procedimiento que busca un esquema formado por una subsecuencia de ambos tipos de unidades que sirve para construir la secuencia a partir de la repetición de dicha subsecuencia. En base a este procedimiento, los autores proponen una heurística de tipo greedy para ejemplares con K estaciones, cuya complejidad computacional es $O(KN)$.

Bolat y Yano [1] extienden el trabajo anterior, proponiendo tres métodos de resolución: (1) el primero determina un esquema regenerativo (la situación del operario al inicio y final del esquema es la misma) que se replica, para construir la solución; (2) el segundo es un algoritmo greedy que procura, paso a paso, evitar la sobrecarga inevitable, combinando unidades; y (3) el tercer algoritmo, también *greedy*, intenta reducir el tiempo ocioso. Los autores utilizan la programación dinámica para evaluar en qué condiciones es útil cada heurística. Los mismos autores proponen en [2], una función objetivo distinta a la de los trabajos anteriores: minimizar el número total de unidades especiales que exceden a las k permitidas en cada esquema de tamaño l.

Tsai [3] extiende los trabajos anteriores al tener en consideración los tiempos de desplazamiento del operario, y establece dos objetivos: minimizar el desplazamiento máximo del trabajador a partir del origen de la estación y minimizar el trabajo no completado. El procedimiento propuesto tiene una complejidad computacional *O(logN)* y ofrece la solución óptima en determinadas condiciones. Para el caso de más de una estación, se emplean los resultados del procedimiento anterior como cotas.

Considerando las trabajos anteriores como punto de partida, en el presente texto nos centraremos en las aportaciones de Yano y Rachamadugu [4], de Bolat y Yano [1,2] y Tsai [3], extendiéndonos sobre ellas. Nuestra propuesta incluye, para el caso de dos tipos de producto, dos familias de algoritmos para una sola estación y cuatro procedimientos para el caso de múltiples estaciones; y, para el caso de múltiples productos, se proponen extensiones de los algoritmos para dos tipos de producto.

2 Medida de la sobrecarga en una estación.

En [4] se propone una forma general para medir la sobrecarga de trabajo considerando una estación. La unidad de tiempo empleada se refiere al tiempo de ciclo de fabricación.

Sea: L la longitud de la estación (el número de unidades productivas en la estación en cualquier momento, o el tiempo máximo concedido a un producto en la estación - se asimila estación a ventana); R la tasa de aplicación del trabajo (trabajo aplicado por unidad de tiempo), o el número de trabajadores eficientes (nro_trabajadores·factor_de_eficiencia); p_i el tiempo de proceso de la tarea i, [(trabajo requerido por la tarea i)/R]; s_i el instante de inicio de la tarea i [s_1=0; s_i=max(i-1,f_{i-1})]; f_i el instante de finalización de la tarea i [f_i=min(s_i+p_i,i-1+L)]; y z_i la sobrecarga debida a la tarea i. Dada una secuencia, la sobrecarga z_i, se puede expresar así:

$$z_i = R\left[p_i + s_i - (i-1+L)\right]^+ \quad \text{donde} \quad [x]^+ = \max(0,x)\,; s_i = \max(i-1, f_{i-1})$$

Y el instante de finalización de i es: $f_i = \min(s_i + p_i, i-1+L)$.

En definitiva, la sobrecarga total es: $z = \sum_i z_i$

3 Procedimientos para una estación y dos tipos de producto.

Antes de mostrar los algoritmos de resolución, se formaliza el problema a resolver y su notación, siguiendo a [4]. Considérese una sola estación y dos tipos de producto distinguibles por sus tiempos de proceso: los productos de tipo básico (que notaremos B) tienen un tiempo de proceso (carga) inferior al tiempo de ciclo; y los productos especiales (que notaremos A) tienen carga superior al tiempo de ciclo. Sin pérdida de generalidad, la unidad de tiempo se corresponde al ciclo. La longitud de la ventana y tiempo concedido son proporcionales. Puede añadirse también un coste *c(j)* para cada estación.

Sea, N el número total de unidades a secuenciar, $i=1,...,N$; t_a el tiempo de proceso de una unidad de tipo A; t_b el tiempo de proceso de una unidad de tipo B; n_a el número de unidades a procesar del tipo A; n_b numero de unidades a procesar del tipo B y L la longitud de la ventana (tiempo máximo concedido para procesar cualquier unidad). La unidad de tiempo es el ciclo, por tanto $t_b < 1 < t_a$; t_b, t_a y L expresadas en ciclos.

El objetivo es encontrar secuencias de unidades en la que no queden tareas sin realizar, de forma tal que la suma del trabajo perdido en la estación, sea el mínimo posible. A continuación se muestran diversos procedimientos de resolución

3.1 Procedimiento de Yano y Rachamadugu.

El método consiste en establecer esquemas (subsecuencias) formados por m_a unidades especiales y m_b unidades básicas. Estos esquemas se repiten mientras existan unidades para completar una subsecuencia completa. Cuando ya no se pueda completar otra subsecuencia, el resto de los productos se acomoda de forma que se minimiza la sobrecarga que se pueda ocasionar.

Dado que $t_a>1$, el número de unidades especiales consecutivas sin incurrir en sobrecarga está limitado; obviamente, dicho número, X, es el mayor entero que satisface: $X{\cdot}t_a \leq X-1+L$.

La regeneración (que el trabajador regrese al inicio de la ventana) se puede lograr a base de secuenciar unidades básicas después de ***X*** unidades especiales. De esta forma, un esquema regenerativo estará compuesto por m_a unidades de A y m_b unidades de B, cuya determinación es simple:

$$m_a t_a + m_b t_b = m_a + m_b \qquad (m_a \leq X, m_b \text{ enteros}) \tag{1}$$

Así, la máxima utilización (sin sobrecarga) se alcanza al resolver el siguiente PM:

$$\begin{aligned} Max \quad & (t_a m_a + t_b m_b)/(m_a + m_b) \\ s.t. \quad & m_a \leq X \\ & t_a m_a + t_b m_b \leq m_a + m_b \\ & m_a, m_b \geq 0, entero \end{aligned}$$

Para un valor dado de m_a, la máxima utilización se alcanza cuando se usa el valor más pequeño de m_b que satisface:

$$t_a m_a + t_b m_b \leq m_a + m_b \tag{2}$$

En tales condiciones, la secuencia se obtiene de la forma:

a) $C = \min(\lfloor n_a/m_a \rfloor, \lfloor n_b/m_b \rfloor)$ ciclos de m_a unidades especiales seguidas por m_b unidades básicas (donde $\lfloor x \rfloor$ es el mayor entero no superior a x), seguido por:
b) $\min[n_a - Cm_a, m_b]$ unidades especiales, seguidas por:
c) $N - Cm_b$ unidades básicas, seguidos por:
d) $[n_a - (C+1)m_a]^+$ unidades especiales, si procede.

3.2 Procedimientos de Bolat y Yano

Distinguiremos dos procedimientos B&Y-1 y B&Y-2.

Básicamente, B&Y-1 procede así: dada una posición de la secuencia y el instante en el que la unidad anterior deja libre la estación:

(1) si no hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad básica.
(2) si hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad especial si ésta no genera sobrecarga, o una unidad básica si aquella genera sobrecarga.
(3) Si no hay unidades básicas pendientes y hay unidades especiales pendientes, se secuencia una unidad especial.

Mientras que B&Y-2 procede así: dada una posición de la secuencia y el instante en el que la unidad anterior deja libre la estación:

(1) si no hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad básica.
(2) si hay unidades especiales pendientes y hay unidades básicas pendientes, se secuencia una unidad básica si ésta no genera tiempo improductivo, o una unidad especial si aquella genera tiempo improductivo.
(3) si no hay unidades básicas pendientes y hay unidades especiales pendientes, se secuencia una unidad especial.

3.3 Procedimientos Updown

A los anteriores procedimientos hallados en la literatura, se añaden dos nuevas propuestas que hemos denominado Updown 1 y 2 (Ud-1 y Ud-2). En ambos, la idea constructiva consiste en propiciar los desplazamientos del operario, de forma cíclica, a ambos límites de la ventana, evitando, si es posible, tanto sobrecargas como tiempos improductivos. Cuando ambas magnitudes son mayores que cero, se opta por la de menor valor (las magnitudes se pueden ponderar). A continuación se muestra el procedimiento:

Procedimiento Ud-1
Mientras(haya unidades pendientes de *tipo_A* y *tipo_B*): aux=0;
  Mientras$(t + t_a <= t + L)$: x_i = *tipo_A*; A=A-1; aux=aux+1;
    Mientras$(t + t_b >= t+1)$: x_i = *tipo_B*; B=B-1; aux=aux+1;
      Si (aux=0)
        Evaluar sobrecarga y tiempo improductivo que ocasiona cada tipo de producto;
        x_i = *tipo_producto* que genere menor sobrecarga o tiempo improductivo;

donde t es el instante de inicio de la tarea secuenciada en i-ésima posición.

El procedimiento Ud-2 combina los tres procedimientos anteriores:

(1) Se determina una cota inferior del trabajo perdido inevitable. Sea C dicha cota que se obtiene así: $C = \max\{0, n_a t_a + n_b t_b - [n_a + n_b + L - 1]\}$.
(2) Se determina una cota inferior del ocio (tiempo improductivo) inevitable. Sea K dicha cota

que se calcula así: $K = \max\{0, N - (n_a t_a + n_b t_b)\}$.

(3) El algoritmo a aplicar se escoge en función de: (i) Si C>0 se aplica el algoritmo de B&Y-2; (ii) Si K>0 se aplica el algoritmo de B&Y-1; (iii) Si $C = K = 0$ se aplica el algoritmo Ud-1.

4 Procedimientos para varias estaciones y dos tipos de producto.

Los procedimientos que aquí describimos están basados en la propuesta para varias estaciones y dos tipos de producto contemplada en [4]. Todos se apoyan en los procedimientos para una estación descritos anteriormente por su utilidad para definir heurísticos basados en reglas de prioridad.

Sea: M el número de estaciones j, $j=1,...,M$. De forma general, se procede así:

Llegados a una posición t de la secuencia, supongamos que restan por secuenciar $n_a(t)$ y $n_b(t)$ unidades de A y de B, respectivamente.

Para las unidades de tipo A, hacer:

Paso 1a. Determinar, para cada estación j, la cota inferior del trabajo perdido $wo_A(j)$, a partir de las secuencias óptimas obtenidas mediante el procedimiento de Y&R para una estación y una producción pendiente [$n_a(t)$-1, $n_b(t)$].
Paso 2a. Determinar la sobrecarga en cada estación al secuenciar una unidad de A. Sea $w_A(j,t)$ dicho valor para la estación j: $w_A(j,t) = \min[\max[pos(j,t) + t_a(j) - L(j), 0], t_a(j)]$, donde $pos(j,t)$ es la posición inicial del operario (unidades de tiempo). Para t=1, $pos(j,1) = 0$.
Paso 3a. Determinar una cota de la sobrecarga así: $sc_A(t) = \sum_{j=1}^{M} [wo_A(j) + w_A(j,t)]c(j)$, donde $c(j)$ es un peso que, opcionalmente, puede asociarse a la estación.

Para las unidades de tipo B, hacer:

Paso 1b. Determinar, para cada estación j, la cota inferior del trabajo perdido $wo_B(j)$, a partir de las secuencias óptimas obtenidas mediante el procedimiento de Y&R para una estación y una producción pendiente [$n_a(t)$, $n_b(t)$-1].
Paso 2b. Determinar la sobrecarga en cada estación si se secuencia una unidad de A. Sea $w_B(j,t)$ dicho valor para la estación j: $w_B(j,t) = \min[\max[pos(j,t) + t_b(j) - L(j), 0], t_b(j)]$.
Paso 3b. Determinar una cota de la sobrecarga así: $sc_B(t) = \sum_{j=1}^{M} [wo_B(j) + w_B(j,t)]c(j)$.

Hacer:

Paso 4. Si $sc_B(t) < sc_A(t)$, se secuencia una unidad de tipo B en la t-ésima posición; en caso contrario, una de tipo A.

En el presente trabajo, las variantes incorporadas al procedimiento anterior, se basan en la sustitución del cálculo de las cotas del trabajo perdido por las unidades pendientes de secuenciar ($wo_A(j)$ y $wo_B(j)$ determinadas en los pasos 1a y 1b, respectivamente) por el valor de la predicción del trabajo perdido (y el tiempo ocioso en su caso) que resulta al aplicar los procedimientos de B&Y-1 y B&Y-2, y Ud-1 y Ud-2, en todas las estaciones, a las unidades pendientes de secuenciar. En la experiencia los pesos para todas las estaciones son 1: $c(j)$ =1, para todo j.

5 Procedimientos para una estación y más de dos tipos de producto.

5.1 Una extensión del procedimiento de Yano y Rachamadugu.

Se propone una extensión al procedimiento de Yano y Rachamadugu que denominaremos Y&R-ex, consistente en establecer esquemas (subsecuencias) formados por m_i unidades de tipo i. Estos esquemas se repiten mientras existan unidades para completar una subsecuencia completa. Cuando ya no se pueda completar otra subsecuencia, el resto de los productos se acomoda de forma que se minimiza la sobrecarga que se pueda ocasionar.

Sea t_i el tiempo de proceso de una unidad de tipo i; n_i número de unidades a procesar del tipo i, A conjunto de tipos de unidades con t_i>1; B conjunto de tipos de unidades con $t_i \leq 1$ y x_i es el mayor entero que satisface: $x_i \cdot t_i \leq x_i - 1 + L$, con $i \in A$. La máxima utilización (sin sobrecarga) se alcanza al resolver, de forma iterativa, el siguiente PM:

$$\begin{array}{ll} Max \sum t_i m_i \big/ \sum m_i & \\ s.t. \quad m_i \leq \min\{x_i, b_i\} & i \in A \\ \qquad\; m_i \leq \min\{n_i, b_i\} & i \in B \\ \qquad\; \sum t_i m_i \leq \sum m_i & \\ \qquad\; m_i \geq 0, entero & \end{array}$$

donde b_i representa la producción pendiente tras determinar un esquema y replicarlo de forma conveniente en la secuencia en construcción.

Para secuenciar los productos en el esquema, se considera alternativamente primero un tipo del conjunto A y posteriormente uno del conjunto B. El orden de incorporación de unidades al esquema se efectúa en sintonía con el orden no creciente del índice $r_i = m_i \mid 1- t_i \mid$. Así, primero se toma el tipo del grupo A con el mayor valor del índice (sea k) y se asignan, consecutivamente, las m_k unidades que le corresponden; después se toma del grupo B, el producto que tiene el mayor índice (sea l) y se asignan las m_l unidades correspondientes, y así sucesivamente.

5.2 Extensión del procedimiento Ud-1.

De manera similar al procedimiento anterior, en el procedimiento que denominamos Ud-1-ex, los tipos se agrupan en las categorías A y B, y se emplea el índice dinámico $r_i = b_i \,|1- t_i\,|$ (donde b_i representa las unidades pendientes de tipo i) para construir la secuencia. En definitiva, mientras haya unidades pendientes, se iteran los pasos siguientes:

Paso 1. De las unidades con categoría A con producción pendiente, mientras no se viole la ventana, se asignan unidades con el mayor valor del índice.
Paso 2. De las unidades con categoría B con producción pendiente, mientras no se incurra en tiempo improductivo inevitable, se asignan unidades con mayor valor del índice.

6 Procedimientos para varias estaciones y más de dos tipos de producto.

Proponemos una extensión de los procedimientos presentados en el apartado 4. La secuencia se construye progresivamente de manera que en cada instante de secuenciación, y para cada tipo de unidad con producción pendiente, se determina la unidad que presenta mejor predictor de sobrecarga.

Sea: M el número de estaciones (j=1,...,M), T el número total de unidades a secuenciar (t=1,...,T) y P el número de tipos de unidades (i=1,...,P) distintos. El algoritmo procede se la siguiente manera: llegado a la posición t de las secuencia, supóngase que restan por secuenciar $n_i(t)$ unidades de tipo i. Para todo t ($1 \le t \le T$) y para todo i ($1 \le i \le P$) con $n_i(t)>0$, iterar los pasos 1 a 4:

Paso 1. Determinar, para cada estación j, la predición del trabajo perdido $wo_i(j)$, a partir de las secuencias obtenidas mediante el procedimiento Y&R-ex (una cota) o el Ud-1-ex (una estimación) para una producción pendiente [$n_i(t)$-1, $n_k(t)$; con $k \neq i$].
Paso 2. Determinar la sobrecarga en cada estación al secuenciar una unidad de i. Sea $w_i(j,t)$ dicho valor para la estación j: $w_i(j,t)=\min[\max[pos(j,t)+t_i(j)-L(j),0],t_i(j)]$, donde $pos(j,t)$ es la posición inicial del operario (unidades de tiempo). [Para t=1, $pos(j,1)=0$].
Paso 3. Determinar un predictor de la sobrecarga así: $sc_i(t)=\sum_{j=1}^{M}\left[wo_i(j)+w_i(j,t)\right]c(j)$, donde $c(j)$ es un peso que, opcionalmente, puede asociarse a la estación.
Paso 4. Sea $sc_{i^*}(t)= \min\{sc_i(t)\}$; entonces, se secuencia una unidad de i^* en la t-ésima posición.

7 Experiencia computacional.

La experiencia está compuesta por tres experimentos. El primero y el segundo (ver [5]) consideran ejemplares con dos tipos de unidades - especiales (A) y básicas (B) –, y con una sola estación y varias estaciones, respectivamente. El tercero, considera ejemplares con más de dos tipos de unidades y varias estaciones.

Experimento 1.

Las características de este experimento son: (a) tamaño de ventana: 1.10, 1.20, 1.30, 1.40 y 1.50 (ciclos); (b) número total de unidades a secuenciar: 36, 110 y 216; (c) ratios de mix (A/B): 3/2, 5/4, 1/1, 3/4 y 1/2; y (d) tiempos de proceso: distribuciones uniformes: t_a [1,L] y t_b [2-L,1].

	δ_i^n				O_i^n				G_i^n			
	N				N				N			
Proced. *i*	36	110	216	δ_i	36	110	216	O_i	36	110	216	G_i
Y&R	0,783%	0,753%	0,526%	0,688%	76,4%	81,6%	86,8%	81,6%	80,0%	82,8%	88,4%	83,7%
B&Y-1	0,353%	0,334%	0,261%	0,316%	74,4%	71,6%	81,2%	75,7%	78,0%	74,4%	82,4%	78,3%
B&Y-2	0,351%	0,310%	0,327%	0,329%	72,4%	74,8%	69,6%	72,3%	76,8%	76,8%	71,6%	75,1%
Ud-1	0,161%	0,172%	0,120%	0,151%	72,8%	73,6%	76,8%	74,4%	80,0%	79,2%	80,4%	79,9%
Ud-2	0,131%	0,130%	0,080%	0,114%	90,0%	93,6%	96,0%	93,2%	95,2%	96,0%	97,6%	96,3%

Tabla 1. Resultados del experimento 1.

Para cada terna [a,b,c] se generaron 10 ejemplares con tiempos de proceso según [d], lo que supone un total de 750 ejemplares que han sido resueltos con los cinco procedimientos descritos en al sección 3.

En la tabla 1 se muestra, para cada grupo de ejemplares, la desviación porcentual media (δ_i^n), el porcentaje de óptimos confirmados (O_i^n) y el porcentaje de ocasiones como algoritmo ganador (G_i^n), por grupo de ejemplares y para su globalidad (ver anexo 1).

Experimento 2.

Las características de este experimento son: (a) tamaño de ventana: 1.10, 1.20, 1.30, 1.40 y 1.50 unidades de tiempo; (b) número total de unidades a secuenciar: 36, 110 y 216 unidades; (c) ratios de mix (A/B): 3/2, 5/4, 1/1, 3/4 y 1/2; (d) número de estaciones (*M*): 10,50,100; y (e) tiempos de proceso distribuidos uniformemente: t_a [1,*L*] y t_b [2-*L*,1]

Para cada tupla de cuatro elementos [a,b,c,d] se han generado 10 ejemplares con tiempos de proceso según [e], lo que supone un total de 2250 ejemplares que han sido resueltos con los 5 procedimientos descritos en la sección 3.

En la tabla 2 se muestran los resultados del experimento con: la desviación porcentual media (δ_i^n), el porcentaje de óptimos confirmados (O_i^n) y el porcentaje de ocasiones como algoritmo ganador (G_i^n), por procedimiento (*i*) y número de estaciones (*M*); así como los resultados globales de estas magnitudes por procedimiento.

	δ_i^M				O_i^M				G_i^M			
	M				M				M			
Proced.	10	50	100	δ_i	10	50	100	O_i	10	50	100	G_i
Y&R	1,39%	1,74%	1,72%	1,62%	9,07%	0,00%	0,00%	3,02%	44,13%	21,20%	21,07%	28,80%
B&Y-1	5,79%	1,64%	1,62%	3,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	20,00%	21,20%	13,73%
B&Y-2	5,79%	1,68%	1,65%	3,04%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Ud-1	1,31%	1,66%	1,65%	1,54%	9,33%	0,00%	0,00%	3,11%	69,73%	17,73%	15,07%	34,18%
Ud-2	5,79%	1,64%	1,63%	3,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	17,73%	15,07%	10,93%

Tabla 2. Resultados del experimento 2.

Experimento 3.

Se aplica el procedimiento para varias estaciones y más de dos tipos de unidades (ver sección 6) efectuando la predicción del trabajo perdido $wo_i(j)$ mediante el procedimiento Ud-1-ex (ver sección 5.2).

El procedimiento se prueba con una batería de 225 ejemplares con las características siguientes: (a) todos los ejemplares presentan 4 tipos de unidades y 4 estaciones; (b) un ejemplar se construye combinando un programa de producción y una estructura de tiempos de proceso asociados a cada pareja [tipo_de_unidad, estación]; (c) se consideran 45 programas de producción agrupados en cinco bloques (ver tabla 3); (d) se consideran 5 estructuras de tiempos de proceso de las unidades en las estaciones (ver tabla 4).

i	Programas de Producción																				
	Bloque-1				Bloque-2						Bloque-3							Bloque-4			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	13	1	1	1	7	7	7	1	1	1	5	5	5	3	3	3	4	5	5	5	1
2	1	13	1	1	7	1	1	7	7	1	5	3	3	5	3	3	4	5	5	1	5
3	1	1	13	1	1	7	1	7	1	7	3	5	3	5	5	4	4	5	1	5	5
4	1	1	1	13	1	1	7	1	7	7	3	3	5	3	5	4	4	1	5	5	5

i	Bloque-5																							
	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	5	5	5	5	5	5	7	7	7	7	7	7
2	3	3	5	5	7	7	1	1	5	5	7	7	1	1	3	3	7	7	1	1	3	3	5	5
3	5	7	3	7	3	5	5	7	1	7	1	5	3	7	1	7	1	3	3	5	1	5	1	3
4	7	5	7	3	5	3	7	5	7	1	5	1	7	3	7	1	3	1	5	3	5	1	3	1

Tabla 3. Programas de producción agrupados en 5 bloques para el Experimento 3. El bloque-1 presenta un mix de producción con alta demanda de un tipo de unidad; el bloque-2 presenta dos tipos de unidades con demanda mayoritaria; el bloque-3 tiene un mix equilibrado; el bloque-4 presenta un tipo de unidad con baja demanda; y el bloque-5 tiene un mix escalonado.

i	Estructuras de tiempos de proceso de las unidades en las estaciones																			
	Estructura-1				Estructura-2				Estructura-3				Estructura-4				Estructura-5			
	Estación				Estación				Estación				Estación				Estación			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	0.92	1.03	1.01	0.95	0.91	1.20	0.90	1.00	1.11	1.20	0.85	0.82	1.13	1.19	1.15	1.16	1.15	0.99	1.04	0.96
2	0.97	0.98	1.05	1.04	0.80	1.05	1.13	1.07	1.14	1.13	1.00	0.94	1.14	1.13	1.12	1.18	1.04	1.19	1.00	1.02
3	1.03	1.04	0.99	0.96	1.07	0.88	1.17	0.86	0.83	0.85	1.15	1.19	0.82	0.85	0.84	0.87	0.89	0.98	1.14	0.87
4	1.08	0.95	0.95	1.05	1.14	0.87	1.00	1.14	0.98	0.87	1.10	1.15	0.95	0.87	0.94	0.81	0.95	0.87	0.85	1.18
$L(j)$	1.08	1.05	1.06	1.06	1.15	1.20	1.20	1.15	1.15	1.20	1.15	1.20	1.15	1.20	1.15	1.20	1.15	1.20	1.15	1.18
$c(j)$	10	9.5	9.9	9.9	9	9	9.5	10	9.5	10	9	10	10	9.5	9	10	9.5	9.5	9	10

Tabla 4. Estructuras de tiempos de proceso de las unidades en las estaciones para el Experimento 3. La estructura-1 presenta tiempos similares y cercanos al ciclo; la 2 presenta tiempos de proceso alejados del ciclo; la 3 presenta tiempos desequilibrados entre las dos primeras estaciones y las dos últimas; en la estructura-4 hay dos tipos productos propiciadores de sobrecarga en todas las estaciones; y en la estructura-5, los problemas de sobrecarga en una estación están ligados a un tipo de producto.

En al tabla 5 se muestra la desviación porcentual media (δ_e^b), y el porcentaje de óptimos confirmados (O_e^b), por estructuras (e) y por bloques (b), y para la globalidad de ejemplares.

	δ_e^b						O_e^b					
	Bloque					δ_e	Bloque					O_e
Estr	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1	0,742%	0,578%	0,349%	0,467%	0,557%	0,54%	25,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	5,00%
2	3,686%	2,344%	1,597%	1,874%	2,038%	2,31%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,00%
3	1,701%	1,352%	1,249%	1,546%	1,846%	1,54%	50,0%	16,7%	0,0%	0,0%	0,0%	13,33%
4	0,049%	0,401%	0,612%	0,262%	0,336%	0,33%	50,0%	16,7%	0,0%	0,0%	0,0%	13,33%
5	1,028%	1,517%	1,055%	1,012%	1,244%	1,17%	25,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	5,00%
δ^b	1,44%	1,24%	0,97%	1,03%	1,20%	**1,178%**	30,00%	6,67%	0,0%	0,0%	0,0%	**7,333%**

Tabla 5. Resultados experimento 3.

8 Conclusiones.

Se ha tratado una variante del problema de secuencias en una línea de producción que tiene por objetivo minimizar la sobrecarga de trabajo (trabajo perdido). Se recogen algunos procedimientos hallados en la literatura -Yano y Rachamadugu, y Bolat y Yano 1 y 2 -, y se presentan otros (Ud-1, Ud-2, Ud-1-ex), basados en los anteriores, tanto para el caso de una sola estación como el de varias estaciones y dos tipos de unidades. Se proponen también procedimientos para tratar ejemplares con más de dos tipos de unidades y varias estaciones.

Se realiza una experiencia computacional formada por tres experimentos. En el primero se tratan 750 ejemplares con los 5 procedimientos para una sola estación y dos productos; se obtiene como resultado que el procedimiento Ud-2 presenta el mejor comportamiento global tanto en desviaciones con respecto a la cota, el número de óptimos alcanzados como el número de ocasiones que obtuvo la mejor solución. En el segundo experimento se tratan 2250 ejemplares con los 5 procedimientos para varias estaciones y dos productos; en esta ocasión, se obtiene que Ud-1 es el que presenta el mejor comportamiento global en los tres índices que miden la calidad de las soluciones. En el tercer experimento se tratan 225 ejemplares con 4 tipos de unidades y 4 estaciones; los resultados obtenidos atendiendo a la desviación respecto a la cota son altamente satisfactorios, tanto en los agregados por estructuras de tiempos de proceso como por bloques de programas de producción.

Referencias

[1] Bolat, A., C. Yano (1992) “Scheduling algorithms to minimize utility work at a single station on paced assembly line” *Production Planning and Control*, vol 3, nº 4, 393-405.

[2] Bolat, A., C. Yano (1992) “A surrogate objective for utility work in paced assembly line” *Production Planning and Control*, vol 3, nº 4, 406-412.

[3] Tsai,L.H. (1995) “Mixed-model sequencing to minimize utility work and the risk of conveyor stoppage” *Management Science*, vol.41,nº 3, 485-495.

[4] Yano, C.A. y R. Rachamadugu (1991) “Sequencing to minimize work overload in assembly lines with product options” *Management Science*, vol 37, N° 5, 572-586.

[5] Bautista, J., Cano,J. y J. Pereira (2003) “Secuenciación de unidades en una línea de montaje minimizando el trabajo perdido” *CEIO2003*, Lleida.

Anexo 1: Índices de calidad de las soluciones.

Para ejemplares con dos tipos de unidades, sea:

C_1^j tiempo mínimo para procesar las *n* unidades del ejemplar *j*: $C_1^j = n_a^j t_a^j + n_b^j t_b^j$

C_2^j tiempo concedido para procesar las *n* unidades del ejemplar *j*: $C_2^j = n_a^j + n_b^j + L^j - 1$

C_∞^{ji} el tiempo necesario, incluyendo sobrecargas y tiempos muertos, para procesar todas las unidades del ejemplar *j* aplicando el procedimiento *i*.

En tales condiciones, la desviación relativa del tiempo total necesario para procesar todo el trabajo respecto a la cota, para el ejemplar *j* con el procedimiento *i* (δ_{ji}) se obtiene así:

$$\delta_{ji} = \left[\frac{C_\infty^{ji} - \max\{C_1^j, C_2^j\}}{\max\{C_1^j, C_2^j\}} \right]^+$$

La desviación media ofrecida por el procedimiento *i* para un conjunto de ejemplares *x* (δ_i^x), con cardinal $|x|$, se obtiene así:

$$\delta_i^x = \frac{\sum_{\forall j \in x} \delta_{ji}}{|x|}$$

Para ejemplares con más de dos tipos de unidades, se procede de forma similar haciendo: $C_1^j = \sum_k n_k^j t_k^j$ y $C_2^j = \sum_k n_k^j + (L^j - 1)$.