

Planificación de la producción y del tiempo de trabajo en un proceso industrial con productos almacenables perecederos y jornada anualizada*

A. Corominas¹, A. Lusa², R. Pastor³

¹ Dr. Ing. Industrial, IOC-DOE-ETSEIB, UPC, Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona, corominas@ioc.upc.es

² Ing. de Org. Industrial, IOC-DOE-ETSEIB, UPC, Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona, lusa@ioc.upc.es

³ Dr. Ing. Industrial, DOE-ETSEIB, UPC, Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona, pastor@ioc.upc.es

RESUMEN

La anualización de la jornada laboral (posibilidad de distribuir de forma irregular las horas anuales contratadas a lo largo del año, respetando las condiciones establecidas en la ley y/o en los convenios colectivos) permite a las organizaciones adaptar la capacidad productiva a la demanda y reducir los costes debidos a la falta de capacidad y a los stocks. Se propone un modelo de programación lineal mixta para resolver el problema de planificación de la producción y del tiempo de trabajo, en una industria con jornada anualizada y las siguientes características: jornadas semanales acotadas; restricciones derivadas de la ley francesa Aubry II; y productos almacenables perecederos.

Palabras clave: Planificación de recursos humanos, planificación de la producción, anualización de la jornada, programación lineal mixta.

1. Introducción

Actualmente, y en especial para las empresas que tienen que hacer frente a demandas estacionales, es esencial disponer de un sistema productivo con flexibilidad para adaptarse a las fluctuaciones de la demanda. Los recursos humanos pueden ser una de las principales fuentes de flexibilidad. La anualización de la jornada laboral consiste en contratar a los trabajadores por un cierto número de horas anuales y distribuir dichas horas a lo largo del año en función de la demanda y respetando las condiciones establecidas en la ley y/o en el convenio colectivo (éstas evitan sobrecargar en exceso a los trabajadores en largos períodos de alta demanda). De esta manera, la anualización permite un uso más eficiente de la capacidad potencial, adaptándola a la demanda a lo largo del tiempo y reduciendo, de este modo, las horas extras, las necesidades de subcontratación y los niveles y las rupturas de stock (con sus correspondientes costes).

Para minimizar las consecuencias negativas que la anualización de la jornada implica para los trabajadores (realización de jornadas irregulares), ésta debe ser negociada y puede ir acompañada por algún tipo de compensación, ya sea de tipo económico o reduciendo el tiempo de trabajo (menos horas anuales, más vacaciones, etc.).

Con el objetivo de negociar una compensación económica o una reducción del tiempo de trabajo a cambio de una mayor flexibilidad, la empresa y los trabajadores deben conocer hasta qué punto puede verse incrementado el beneficio según se alcance uno u otro nivel de

* Este trabajo se deriva del proyecto DPI2001-2176 (Organización del Tiempo de Trabajo, con Jornada Anualizada, en la Industria y en los Servicios).

flexibilidad (éste puede relacionarse, por ejemplo, con la cota inferior y superior del número semanal de horas de trabajo a realizar por los trabajadores) y dependiendo de la jornada anual de los trabajadores. Por tanto, es esencial determinar un plan de la producción y del tiempo de trabajo y, de este modo, cuantificar los costes y los beneficios. En [1] se describen las principales características de los problemas de planificación del tiempo de trabajo (y de la producción) con jornada anualizada, y en [2], [3] y [4] se resuelven, mediante la programación lineal mixta (PLM), diferentes problemas de planificación del tiempo de trabajo en empresas de servicios con jornada anualizada.

La organización del resto de este trabajo es la siguiente: la sección 2 introduce el problema; la sección 3 describe el modelo; y la sección 4 contiene las conclusiones.

2. Planificación de la producción y del tiempo de trabajo en un proceso industrial con productos almacenables perecederos y jornada anualizada

El problema de planificación a resolver consiste en determinar, para cada semana del horizonte de planificación (por ejemplo, un año), la producción y el número de horas de trabajo de un equipo de trabajadores de un proceso industrial multi-producto, con el objetivo de maximizar el margen económico.

Aunque los productos son almacenables, éstos lo son durante un número limitado de semanas (son productos perecederos). Por otro lado, en el caso de que el nivel de stock sea insuficiente para cubrir la demanda de una semana, ésta podrá diferirse a semanas posteriores; no obstante, el tiempo de retraso en la entrega está limitado, por lo que puede ocurrir que parte de la demanda no pueda ser servida y se pierda la venta.

Las condiciones que debe respetar la solución pueden derivarse de una disposición legal o del convenio colectivo. Se han considerado las condiciones reguladas en la ley francesa Aubry II, que establece básicamente lo siguiente: el número semanal de horas de trabajo está acotado inferior y superiormente (entre, por ejemplo, 25 y 45 h/semana); el número anual de horas de trabajo está acotado superiormente y el exceso debe ser considerado como horas extraordinarias, cuyo número anual está limitado (por ejemplo: 1600 horas para el cómputo anual; y un máximo anual de 80 horas extras, valor que coincide con lo establecido en el Estatuto de los Trabajadores); y la media de horas de trabajo semanal, para cualquier grupo de doce semanas consecutivas, está acotada superiormente, por ejemplo, a 44 h/semana, (se supone que esta condición es aplicable únicamente a grupos de doce semanas consecutivas sin vacaciones).

Además, se define que una semana de trabajo puede ser considerada como “débil” (si el número de horas es igual o inferior a un valor dado, por ejemplo 30 horas/semana) o “fuerte” (si el número de horas es superior a un cierto valor, por ejemplo 44 horas/semana). Para tener en cuenta las condiciones laborales de los trabajadores, el número anual de semanas “débiles” está acotado inferiormente (por ejemplo, a 10 semanas) y el número anual de semanas “fuertes” está acotado superiormente (por ejemplo, a 15 semanas).

Finalmente, se supone que durante las semanas de vacaciones no existe producción pero sí demanda, y que dichas semanas de vacaciones son conocidas de partida.

A continuación se resumen las características del problema:

- Todos los trabajadores realizan el mismo horario, al ser un equipo.
- El número anual de horas de trabajo que realiza el equipo de trabajadores es fijo; el exceso debe ser considerado como horas extraordinarias.
- El número anual de horas extras está acotado superiormente.
- La jornada semanal está acotada inferior y superiormente.
- El número medio de horas de trabajo, en cualquier grupo de 12 semanas de trabajo consecutivas, no puede ser superior a 44 horas/semana.
- El número anual de semanas “débiles” está acotado inferiormente.
- El número anual de semanas “fuertes” está acotado superiormente.
- El equipo de trabajadores realiza dos semanas consecutivas de vacaciones en invierno y cuatro en verano, que han sido pactadas con anterioridad. Durante las semanas de vacaciones, no existe producción pero sí demanda.
- La empresa puede diferir demanda, pero el número de semanas de retraso está acotado superiormente (entonces, puede ser que parte de la demanda se pierda).
- No se permite diferir demanda de un año para otro.
- Los productos son almacenables durante un número máximo de semanas (son perecederos).
- No se permite subcontratación.
- Se desea maximizar el margen económico.

3. Modelo

Datos:

T	semanas del horizonte de planificación (normalmente 52).
S	conjunto de semanas disponibles del equipo de trabajadores.
Q	número de tipos de producto.
st_{qj0}	stock de producto q , de edad j , disponible al inicio del horizonte de planificación ($q=1,\dots,Q; j=1,\dots,tp_q$).
H	número anual de horas de trabajo ordinarias.
MY	cota superior del número de horas extras anuales.
hm_t, hM_t	cota inferior y superior del número de horas de trabajo de la semana t ($t=1,\dots,T$).
L, h_L	el promedio de horas de trabajo, en un grupo de L semanas de trabajo consecutivas, no puede ser superior a h_L horas/semana.
A, h_A	A es el número máximo de semanas “fuertes” en un año (es decir, semanas con una jornada superior a h_A horas).
B, h_B	B es el número mínimo de semanas “débiles” en un año (es decir, semanas de trabajo con una jornada igual o inferior a h_B horas).
d_{qt}	demanda prevista de productos tipo q para la semana t ($q=1,\dots,Q; t=1,\dots,T$).
td	número máximo de semanas que está permitido diferir.
tp_q	número máximo de períodos durante los que puede almacenarse el producto q ($q=1,\dots,Q$).
TP_q	tiempo medio (en horas) necesario para preparar el proceso antes de producir el producto q ($q=1,\dots,Q$).

ρ_{qt}	productividad (en unidades de producto/hora) para el producto q en la semana t ($q=1,\dots,Q$, $t=1,\dots,T$); en algunas semanas, la productividad puede ser inferior a la habitual (por ejemplo, en Navidad).
CE	coste de una hora extraordinaria.
CST_{qt}	coste de mantener una unidad de producto q , de edad t , en stock durante una semana ($q=1,\dots,Q$; $t=1,\dots,tp_q$).
CR_q	coste unitario de ruptura asociado al producto q ($q=1,\dots,Q$).
Ipd_{qjt}	ingreso unitario de producto tipo q ($q=1,\dots,Q$) con una edad j en el momento de la venta ($j=0,\dots,tp_q$) y servido con t semanas de retraso ($t=0,\dots,td$); se suponen los costes por diferir incluidos en este parámetro y, de esta manera, que $Ipd_{qj,t-1} > Ipd_{qj,t} > Ipd_{qj,t+1}$. Por otro lado, se supone que el ingreso puede disminuir si al producto le falta poco tiempo para caducar y, de esta manera, que $Ipd_{qj-1,t} \geq Ipd_{qj,t} \geq Ipd_{qj+1,t}$.

Variables:

x_t	variable real y no negativa correspondiente al número de horas de trabajo en la semana t , $\forall t \in S$.
y	variable real y no negativa correspondiente al número anual de horas extraordinarias.
$a_t \in \{0,1\}$	si el número de horas de trabajo en la semana t es superior a h_A , entonces la variable toma valor 1, $\forall t \in S$.
$b_t \in \{0,1\}$	si el número de horas de trabajo en la semana t es superior a h_B , entonces la variable toma valor 0, $\forall t \in S$.
p_{qt}	variable real y no negativa correspondiente a la cantidad de producto q producido en la semana t ($q=1,\dots,Q$; $\forall t \in S$).
$e_{qt} \in \{0,1\}$	indica si el producto q se produce en la semana t ($q=1,\dots,Q$; $\forall t \in S$).
st_{qjt}	variable real y no negativa que indica la cantidad de producto q ($q=1,\dots,Q$), de edad j , disponible en stock al final del período t (se supone que la producción de una semana que no se vende durante la misma, es stock de edad 1 al final de dicha semana); $t=1,\dots,T$; $j=1,\dots,tp_q$. Para tener en cuenta las condiciones iniciales se define st_{qjt} ($\forall t \in [1, tp_q-1]$; $\forall j \in [t+1, tp_q]$) únicamente si $st_{qj-t,0} > 0$; por ejemplo, no puede existir la variable $st_{q,3,2}$, que indica la cantidad de producto de edad 3 en stock al final del período 2, si al inicio del período de planificación no se dispone de stock de edad 1 (es decir, se debe cumplir que $st_{q,1,0} > 0$).
vpd_{qsjt}	variable real y no negativa que indica la cantidad de demanda de producto q , correspondiente a la semana s , que se cubre en el período t habiendo sido producida en la semana j : $q=1,\dots,Q$; $s=1,\dots,T$; $j=s-tp_q,\dots,\min(s+td, T)$; $t=\max(s, j),\dots,\min(j+tp_q, s+td, T)$. Para tener en cuenta las condiciones iniciales, se define vpd_{qsjt} ($q=1,\dots,Q$; $s=1,\dots,T$; $\forall j \leq 0$; $t=\max(s, j),\dots,\min(j+tp_q, s+td, T)$) únicamente si $st_{q,1-j,0} > 0$; por ejemplo, no puede existir la variable $vpd_{q,1,-1,1}$, que indica la cantidad de producto q que ha sido pedido en $s=1$, producido en $j=-1$ y vendido en $t=1$, si al inicio del período de planificación no se dispone de stock de edad 2 (es decir, $st_{q,2,0}=0$); de esta forma, $j=0$ se corresponde con la semana 52 del año anterior, $j=-1$ con la semana 51, y así sucesivamente.
r_{qt}	variable real y no negativa correspondiente a la cantidad de demanda de

nv_{qs} producto q de la semana t , que no es servida y se pierde ($q=1,\dots,Q$; $t=1,\dots,T$).
variable real y no negativa que indica la cantidad de producto q , producida en la semana s (semana correspondiente al año anterior al que se está planificando), que debe ser eliminada (por haber caducado) antes de poderse vender: $q=1,\dots,Q$; $s=1-tp_q,\dots,0 \mid (st_{q,1-s},0>0)$; $s=0$ se corresponde con la semana 52 del año anterior, $s=-1$ con la semana 51, y así sucesivamente. Esta variable no se define para el año en curso pues lógicamente un producto que podría ser destruido no se fabricaría.

Modelo:

$$[MAX] Z = Ing - Costes \quad (1)$$

$$Ing = \sum_{q=1}^Q \sum_{s=1}^T \sum_{\forall j \in [s-tp_q, \min(s+td, T)] \mid [st_{q,1-j},0>0, \forall j \leq 0]} \sum_{t=\max(s,j)}^{\min(j+tp_q, s+td, T)} vpd_{qsjt} \cdot Ipd_{q, t-j, t-s} \quad (2)$$

$$Costes = CE \cdot y + \sum_{q=1}^Q \sum_{t=1}^T \left(CR_q \cdot r_{qt} + \sum_{\forall j \in [1, tp_q] \mid [st_{q,j-t},0>0, \forall j \geq t+1]} CST_{qj} \cdot st_{qjt} \right) \quad (3)$$

$$\sum_{\forall t \in S} x_t = H + y \quad (4)$$

$$\sum_{\forall j \in [s-tp_q, \min(s+td, T)] \mid [st_{q,1-j},0>0, \forall j \leq 0]} \sum_{t=\max(s,j)}^{\min(j+tp_q, s+td, T)} vpd_{qsjt} + r_{qs} = d_{qs} \quad (5)$$

$$q = 1, \dots, Q; s = 1, \dots, T$$

$$\sum_{s=1}^{j+tp_q} \sum_{t=s}^{\min(s+td, j+tp_q)} vpd_{qsjt} + nv_{qj} = st_{q, 1-j}, 0 \quad (6)$$

$$q = 1, \dots, Q; j = 1 - tp_q, \dots, 0 \mid st_{q, 1-j}, 0 > 0$$

$$\sum_{s=\max(1, j-td)}^{\min(j+tp_q, T)} \sum_{t=\max(j, s)}^{\min(j+tp_q, s+td, T)} vpd_{qsjt} \leq p_{qj} \quad q = 1, \dots, Q; \forall j \in S \quad (7)$$

$$st_{q1t} = p_{qt} - \sum_{s=\max(t-td, 1)}^t vpd_{qst} \quad q = 1, \dots, Q; \forall t \in S \quad (8)$$

$$st_{qjt} = st_{q, j-1, t-1} - \sum_{s=\max(t-td, 1)}^t vpd_{q, s, t-j+1, t} \quad (9)$$

$$q=1,\dots,Q; t=1,\dots,T; j=2,\dots,tp_q \mid [st_{q,j-t},0 > 0, \forall j \geq t+1]$$

$$\sum_{q=1}^Q \left(\frac{p_{qt}}{\rho_{qt}} + TP_q \cdot e_{qt} \right) \leq x_t \quad \forall t \in S \quad (10)$$

$$p_{qt} \leq e_{qt} \cdot \rho_{qt} \cdot (hM_t - TP_q) \quad q = 1, \dots, Q; \forall t \in S \quad (11)$$

$$\sum_{t=j-L+1}^j x_t \leq h_L \cdot L \quad j = L, \dots, T \mid [j-L+1, \dots, j] \in S \quad (12)$$

$$x_t \leq h_A + (hM_t - h_A) \cdot a_t \quad \forall t \in S \quad (13)$$

$$\sum_{t \in S} a_t \leq A \quad (14)$$

$$x_t \leq hM_t + (h_B - hM_t) \cdot b_t \quad \forall t \in S \quad (15)$$

$$\sum_{t \in S} b_t \geq B \quad (16)$$

$$y \leq MY \quad (17)$$

$$hm_t \leq x_t \leq hM_t \quad \forall t \in S \quad (18)$$

La función objetivo a maximizar, (1), (2) y (3), se corresponde con el margen económico; (4) expresa el balance anual de horas de trabajo; la expresión (5) impone, para cada período t y cada producto q , que la cantidad total vendida para satisfacer la demanda prevista en dicho período (producida antes, en ese o en períodos posteriores y servida en ese u otros períodos posteriores) debe ser igual a la demanda menos las unidades que no pueden servirse; (6) impone, que la cantidad vendida procedente del año anterior, más la que no puede venderse, debe ser igual al stock disponible al iniciar el año; (7) impone que no se puede vender más unidades de las disponibles; en (8), y (9) se calculan las variables relativas al stock en función de los stocks de períodos anteriores y las ventas; (10) impone que las horas utilizadas para producir no pueden ser superiores a las disponibles; (11) impone, para cada producto y semana, que si se produce, entonces la variable binaria correspondiente toma valor 1; (12) impone la cota superior al promedio de horas de trabajo para cualquier grupo de L semanas de trabajo consecutivas; (13) y (14) imponen la cota superior para el número de semanas “fuertes”; (15) y (16) imponen la cota inferior para el número de semanas “débiles”; (17) impone la cota superior para el número anual de horas extras; finalmente, (18) impone las cotas inferior y superior para la jornada semanal (la cota superior podría eliminarse de (18) ya que está incluida en las expresiones (13) y (15)).

El modelo ha sido probado satisfactoriamente en una amplia experiencia computacional. En particular, los tiempos de obtención de la solución óptima son muy breves (el tiempo máximo es de unos veinte minutos) y se comprueba que, al aumentar la flexibilidad, aumenta el beneficio aun reduciendo el tiempo total de trabajo. Además, se eliminan las rupturas y los niveles de stock disminuyen, en promedio, alrededor del 50%. De este modo, se comprueba

que el posible empeoramiento de las condiciones laborales debido a la anualización de la jornada puede compensarse ya sea ofreciendo una mayor remuneración, ya sea reduciendo el número de horas de trabajo a realizar al cabo del año.

4. Conclusiones

La anualización de la jornada laboral es una opción que permite obtener flexibilidad para ajustar la capacidad productiva a la demanda. Pero junto a ella surgen nuevos problemas, particularmente el correspondiente a la planificación de la producción y de las jornadas semanales de los trabajadores a lo largo del año.

Este trabajo presenta un problema específico de planificación en empresas industriales con productos perecederos y un modelo matemático para resolverlo.

El modelo ha sido probado en una amplia experiencia computacional y se han obtenido resultados muy satisfactorios.

Referencias

- [1] Corominas, A.; Lusa, A.; Pastor, R. (2002). Characteristics and classification of the annualised working hours planning problems. *Working paper*, IOC-DT-P-2002-18, UPC, Barcelona.
- [2] Corominas, A.; Lusa, A.; Pastor, R. (2002). Using MILP to plan annualised working hours. *Journal of the Operational Research Society*, 53, 1101-1108.
- [3] Corominas, A.; Lusa, A.; Pastor, R. (2002). Planning annualised hours with a finite set of weekly working hours and joint holidays. *Working Paper*, IOC-DT-P-2002-16, UPC, Barcelona.
- [4] Corominas, A.; Lusa, A.; Pastor, R.; Sanchez, A. (2002). Planning annualised hours with a finite set of weekly working hours and cross-trained workers. *Working Paper*, IOC-DT-P-2002-22, UPC, Barcelona.