*V Congreso de Ingeniería de Organización*
*Valladolid-Burgos, 4-5 Septiembre 2003*

Índice

# Técnicas de agregación y desagregación en problemas de optimización y en modelos de planificación de la producción. Estado de la cuestión.*

Miguel A. Muñoz[1], José M. Framiñán[2], Rafael Ruiz-Usano[3] y Pedro L. González[4]
[1] Ingeniero Industrial. E-mail: miguelangel@esi.us.es
[2] Dr. Ingeniero Industrial. E-mail: jose@esi.us.es
[3] Dr. Ingeniero Industrial. E-mail: usano@esi.us.es
[4] Ingeniero de Organización Industrial. E-mail: pedroluis@esi.us.es.
Grupo I+DT Organización Industrial. Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla.
Camino de los Descubrimientos, s/n. 41092, Sevilla.

**RESUMEN**

*La planificación de la producción es una importante función empresarial cuyo proceso se divide, usualmente, en varios niveles jerárquicos, por lo que las técnicas de agregación y desagregación aparecen de forma natural en este contexto. En la actualidad existen dos enfoques para abordar los problemas de planificación de la producción con técnicas de agregación y desagregación: el tradicional enfoque basado en la Planificación Jerárquica de la Producción –"Hierarchical Production Planning" (HPP), en terminología anglosajona– y el reciente enfoque explicativo del proceso de agregación mediante la teoría de la agregación en programación matemática. El presente trabajo expone una visión general y una revisión bibliográfica sobre las técnicas de agregación y desagregación en problemas de optimización y en modelos de planificación de la producción, haciendo especial hincapié en el segundo de los enfoques comentado con anterioridad.*

***Palabras clave**: Programación matemática, Agregación y desagregación, Planificación de la producción.*

## 1. Introducción.

La planificación de la producción es una importante función empresarial cuyo objetivo es la determinación de los niveles de producción, de inventario y de fuerza de trabajo de forma que se satisfaga la demanda y de forma que no se vulneren las restricciones de capacidad de las instalaciones. Normalmente, los recursos físicos de la empresa se suponen fijos durante el horizonte de tiempo considerado. El esfuerzo de planificación se realiza con el propósito de utilizar de la mejor manera posible estos recursos.

Usualmente, el proceso de planificación de la producción se divide en varios niveles jerárquicos (ver, por ejemplo, [1], p. 307). Cada nivel tiene sus propias características de horizonte de planificación, nivel de detalle de la información requerida, alcance de las decisiones tomadas, etc., por lo que las técnicas de agregación y desagregación aparecen de forma natural en este contexto.

* Este trabajo se enmarca dentro del Proyecto DPI2001-3110, financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología y con cofinanciación proveniente del Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER).

Las razones aducidas tradicionalmente para emplear procedimientos de agregación y desagregación en un contexto de planificación de la producción son varias:

1) Una razón para utilizar técnicas de agregación y desagregación es que la certeza de los datos necesarios para planificar la producción es discutible. Un ejemplo típico está constituido por las previsiones de la demanda de los productos finales que oferta la empresa al mercado. En efecto, es un hecho admitido el que la previsión de la demanda realizada para grupos de productos da lugar a resultados con menores errores de previsión que la previsión de la demanda realizada directamente para artículos o ítems individuales (ver, por ejemplo, [2], p. 744). Por lo tanto, la rentabilidad del esfuerzo computacional requerido usualmente por la resolución directa de un modelo desagregado y detallado puede y suele ser pequeña desde una óptica del tipo coste-beneficios.

2) Otra razón para utilizar técnicas de agregación y desagregación en un contexto de planificación de la producción es la no disponibilidad de algunos datos ([3], p. 413). Por ejemplo, los datos de costes necesarios para realizar la planificación de la producción pueden estar disponibles sólo a nivel de grupos de productos, pero no a nivel de artículos individuales.

3) En la planificación de la producción, aparecen con frecuencia en la práctica modelos de optimización de gran tamaño. Una causa típica que origina modelos de gran tamaño es que el número de ítems que se deben considerar en un problema real es muy elevado ([4], p. 419).

4) En la planificación de la producción, aparecen con frecuencia modelos de optimización de gran complejidad. Por ejemplo, cuando se incluyen costes de puesta a punto, surgen modelos de programación lineal con variables binarias y/o enteras (ver, por ejemplo, [5], p. 99). Esta complejidad hace que la resolución óptima de los modelos en tiempos de computación razonables sea inviable, incluso en problemas de tamaño moderado.

5) Otra razón para emplear técnicas de agregación y desagregación en un contexto de planificación de la producción es que permite presentar modelos con diferentes niveles de detalle a decisores de diferentes niveles jerárquicos ([5], p. 101).

En la actualidad existen dos enfoques para abordar los problemas de planificación de la producción con técnicas de agregación y desagregación:

(i) Enfoque basado en la Planificación Jerárquica de la Producción –"Hierarchical Production Planning" (HPP), en terminología anglosajona–. Este enfoque tiene su origen en el trabajo de Hax y Meal [6]. Estos autores proponen reducir la complejidad descomponiendo el proceso de planificación en problemas separados, los cuales se pueden resolver mediante modelos y métodos de resolución apropiados ([5], p. 99).

(ii) Enfoque explicativo del proceso de agregación mediante la teoría de la agregación en programación matemática. Este enfoque ha sido propuesto recientemente por Leisten [3] y se basa en dos hechos:

- La planificación de la producción es una de las aplicaciones tradicionales de la investigación operativa (ver, por ejemplo, [5]).
- Las técnicas de agregación y desagregación se pueden utilizar para resolver problemas de optimización de gran tamaño, como herramienta de resolución competitiva con

otras como las metaheurísticas o las heurísticas ad-hoc. Este uso de las técnicas de agregación y desagregación tiene su origen en una gran parte en el trabajo de Zipkin [7]. Rogers, Plante, Wong y Evans [8] presentan una revisión bibliográfica de las técnicas de agregación y desagregación en problemas de optimización hasta la fecha de su publicación.

En el marco anteriormente descrito, el presente trabajo presenta una visión general y una revisión bibliográfica sobre las técnicas de agregación y desagregación en problemas de optimización y en modelos de planificación de la producción. La citada revisión bibliográfica se centrará fundamentalmente en las contribuciones posteriores a la fecha de publicación del trabajo de Rogers, Plante, Wong y Evans [8] de 1991. Por otra parte, debido a la abundancia de material bibliográfico y a la existencia de trabajos de revisión bibliográfica sobre el enfoque HPP (ver, por ejemplo, [9]), el trabajo se ceñirá exclusivamente al segundo de los enfoques comentado con anterioridad.

El resto del trabajo está estructurado de la forma siguiente: en el apartado 2 se presentan las referencias básicas sobre técnicas de agregación y desagregación en problemas de optimización, así como la terminología y notación empleadas. Las secciones 3 y 4 presentan los principales resultados de la teoría de la agregación en programación lineal continua y con variables enteras, respectivamente. Finalmente, en la sección 5 se abordan los problemas de agregación y desagregación en contextos de planificación de la producción.

## 2. Técnicas de agregación y desagregación en problemas de programación lineal.

Las técnicas de agregación y desagregación han sido propuestas en la literatura académica como herramientas para resolver problemas de optimización de gran tamaño. Una referencia clásica de agregación y desagregación en problemas de optimización es la de Rogers, Plante, Wong y Evans [8]. En este artículo, los autores desarrollan un marco de trabajo general para la implantación de las técnicas de agregación y desagregación y realizan una revisión bibliográfica de las contribuciones hasta el año de su publicación.

También se han publicado algunos textos sobre el tema, como los de Dudkin, Rabinovich y Vakhutinsky [10], Leisten [11] y Stuhr [12]. De igual forma, se han realizado varias tesis doctorales o de habilitación como las de Francis [13], Kathuria [14], Liesegang [15], Taylor [16] y Zipkin [7].

En vista del material bibliográfico anterior, que recopila en buena medida las contribuciones realizadas, aquí se presentan sólo los resultados fundamentales de las técnicas de agregación y desagregación en problemas de optimización, indicando la(s) referencia(s) en la(s) que se sustentan dichos resultados. Además, se recopilan las contribuciones aparecidas en este contexto con posterioridad a la referencia de Rogers, Plante, Wong y Evans [8]. El estudio se restringe a problemas de programación lineal, habida cuenta que la complejidad en los modelos de planificación de la producción no suele ser aconsejable ([17], p. 540).

Considérese el siguiente problema de programación lineal continua de gran tamaño:

$$\underline{\text{Problema P1}}$$
$$\begin{aligned} & z^* = \max cx \\ & \text{sujeto a} \quad ax \le b \\ & \qquad\qquad\; x \ge 0 \end{aligned} \tag{1}$$

donde
$c = (c_j)$ = vector de coeficientes, de $n$ componentes.
$b = (b_i)$ = vector de capacidades, de $m$ componentes.
$a = (a_{ij})$ = matriz tecnológica de tamaño $m$ x $n$.
$x = (x_j)$ = vector de variables de decisión, de $n$ componentes.

Para obtener el problema agregado (los componentes generales de las técnicas de agregación y desagregación pueden consultarse en [8]) es necesario tomar dos tipos de decisiones:

1) Escoger dos particiones "adecuadas", una para el conjunto de índices de las variables $\sigma = \{S_k\text{: } k=1,\ldots,K\}$ y otra para el conjunto de índices de las restricciones $\rho = \{R_l\text{: } l=1,\ldots,L\}$. El problema agregado consta, por tanto, de $K$ variables y $L$ restricciones. En ocasiones, sólo se agregan variables y también pueden agregarse sólo restricciones.
2) Escoger dos vectores de pesos "adecuados", uno para las variables $g = (g_j)$ y otro para las restricciones $h = (h_i)$, normalizados por grupos:

$$\sum_{j \in S_k} g_j = 1, \quad k = 1,\ldots,K. \tag{2}$$
$$\sum_{i \in R_l} h_i = 1, \quad l = 1,\ldots,L. \tag{3}$$

Una vez tomadas las dos decisiones anteriores, el problema agregado queda en la forma:

$$\underline{\text{Problema 2}}$$
$$\begin{aligned} & Z^* = \max CX \\ & \text{sujeto a} \quad AX \le B \\ & \qquad\qquad\; X \ge 0 \end{aligned} \tag{4}$$

donde

$C = (C_k)$ = Vector de coeficientes agregado, de $K$ componentes, con $C_k = \sum_{j \in S_k} c_j g_j$

$A = (A_{lk})$ = Matriz tecnológica agregada, de dimensiones $L$ x $K$, con $A_{lk} = \sum_{i \in R_l} \sum_{j \in S_k} h_i a_{ij} g_j$

$B = (B_l)$ = Vector de capacidades agregado, de $L$ componentes, con $B_l = \sum_{i \in R_l} h_i b_i$

$X = (X_k)$ = Vector de variables agregadas de decisión, de $K$ componentes.

Una vez conocida la solución óptima $X^*$ del problema agregado, es preciso determinar una solución desagregada y detallada. El procedimiento más usual consiste en utilizar como pesos para desagregar los mismos que se usaron para agregar (procedimiento de desagregación de pesos fijos):

$$x_j = g_j X_k^*, \text{ para } k = 1,...,K, \forall j \in S_k \tag{5}$$

Otro procedimiento consiste en utilizar el método de disección óptima, propuesto por Zipkin [7]. Este método es, en general, más costoso computacionalmente que el procedimiento de desagregación de pesos fijos (véase, por ejemplo, [18], p. 125).

## 3. Resultados fundamentales en programación lineal continua.

Cuando todas las variables de decisión del problema P1 pueden tomar valores continuos, los siguientes resultados son aceptados en la literatura sobre agregación y desagregación en programación lineal:

a) Suponiendo fijadas las particiones $\sigma$ y $\rho$, está probada la existencia de unos pesos óptimos $g_j$* y $h_i$* para variables y restricciones, respectivamente. Es decir, si se utilizan estos pesos para agregar y también para desagregar según el procedimiento de desagregación de pesos fijos, la solución desagregada obtenida mediante el proceso de agregación y desagregación es óptima (ver, por ejemplo, [3], p. 420).

b) Los pesos óptimos se calculan en función de la solución óptima del modelo original (ver, por ejemplo, [3], p. 420). Esto es de escasa utilidad práctica, ya que si conociésemos la solución óptima del modelo original a priori, no se necesitaría utilizar un procedimiento de agregación y desagregación para resolver el modelo original.

c) Suponiendo fijadas las particiones $\sigma$ y $\rho$ y fijados unos pesos $g_j$ y $h_i$ para variables y restricciones, respectivamente, no hay, en general, ninguna garantía ni de admisibilidad ni de optimalidad al aplicar el procedimiento de agregación y desagregación (ver, por ejemplo, [3], p. 420).

d) En el caso particular de que se agreguen sólo variables:
- Tanto el procedimiento de desagregación de pesos fijos como el procedimiento de disección óptima proporcionan siempre soluciones admisibles para el modelo original (ver, por ejemplo, [3], p. 418), independientemente del conjunto de pesos seleccionados.
- El método de disección óptima proporciona una solución tan buena o mejor que la proporcionada por el procedimiento de desagregación de pesos fijos (ver, por ejemplo, [19], p. 620). Por el contrario, cuando se emplea el método de disección óptima en el caso de agregación conjunta de variables y restricciones no hay garantía ni siquiera de admisibilidad (ver, por ejemplo, [8], p. 563).
- Ni el procedimiento de desagregación de pesos fijos ni el procedimiento de disección óptima garantizan optimalidad en el proceso de agregación y desagregación.

e) Los enfoques iterativos de agregación y desagregación tratan de aliviar los problemas de no admisibilidad y suboptimalidad que se plantean. La teoría de la agregación iterativa ha sido estudiada de forma monográfica en los textos de Dudkin, Rabinovich y Vakhutinsky [10] y, más recientemente, de Leisten [11]. Los enfoques iterativos sugeridos por la literatura son los siguientes:
- Mantener las particiones $\sigma$ y $\rho$ invariables y ajustar iterativamente los pesos de las variables y/o restricciones. El procedimiento es como sigue: se seleccionan unos pesos

para agregar, se obtiene el modelo agregado y se resuelve. A continuación se utilizan los pesos elegidos para desagregar y se obtiene una solución desagregada para el modelo original. Se recalculan los pesos en función de la solución desagregada obtenida y se vuelve a iterar. Este procedimiento se denomina de actualización de pesos ("weight updating", en terminología anglosajona).

- Mantener el número de grupos constante pero cambiar la asignación de variables y/o restricciones a grupos entre iteración e iteración. Este procedimiento se denomina reagrupamiento ("reclustering", en terminología anglosajona). Este procedimiento se puede combinar o no con el anterior. Por ejemplo, Leisten ([3], p. 423) considera sólo reagrupamiento, mientras que Jörnsten, Leisten y Storøy [20] utilizan ambas estrategias conjuntamente.

f) En los procedimientos de agregación y desagregación iterativos se utiliza siempre el procedimiento de desagregación de pesos fijos, ya que el método de disección óptima no parece presentar ninguna ventaja en enfoques iterativos ni en el caso de estrategias de actualización de pesos ni en el caso de estrategias de reagrupamiento ([3], p. 422).

g) Leisten [11] muestra un procedimiento iterativo de agregación y desagregación basado en estrategias de reagrupamiento que converge rápidamente al óptimo del problema original en un número finito de iteraciones bajo ciertas hipótesis.

h) En el caso particular de que se agreguen sólo variables y no se considere la posibilidad de reagrupamiento:

- Jörnsten, Leisten y Storøy [21] desarrollan varias estrategias iterativas de agregación y desagregación basadas en consideraciones de tipo gradencial, evaluando la bondad de las distintas estrategias con algunos ejemplos numéricos.
- Storøy [22] desarrolla un procedimiento para mejorar el valor de la función objetivo, cambiando los pesos de iteración a iteración. El procedimiento es heurístico, en el sentido que puede no converger hacia el conjunto de pesos óptimos y no hay, por tanto, garantía de optimalidad en el proceso iterativo de agregación y desagregación.
- Storøy [23] enuncia y demuestra un teorema y un corolario. El teorema afirma que la solución óptima del problema agregado usando los pesos óptimos es no degenerada si y sólo si la solución óptima del problema original es no degenerada y sus variables básicas se agregan en grupos separados. El corolario afirma que cuando dos o más variables básicas de la solución óptima del problema original son agregadas en la misma variable del problema agregado usando los pesos óptimos, la solución óptima del problema agregado es degenerada.

i) En el caso particular de que se agreguen sólo variables y se considere la posibilidad de reagrupamiento:

- Aboudi, Jörnsten y Leisten [24] desarrollan un conjunto de procedimientos de reagrupamiento y de modificación de pesos que garantizan una secuencia de valores de la función objetivo no decreciente, aunque no se garantiza la optimalidad del proceso de agregación y desagregación. Los resultados de estos procedimientos se pueden mejorar con procedimientos heurísticos de mejora de pesos como los descritos por Jörnsten, Leisten y Storøy [21]. Los resultados obtenidos por los autores en varios ejemplos numéricos han sido muy buenos.

– Jörnsten, Leisten y Storøy [20] desarrollan un procedimiento en el que se permite el reagrupamiento y la modificación de pesos. El procedimiento garantiza la optimalidad del proceso de agregación y desagregación siempre que la solución óptima del modelo original y las soluciones óptimas de cada uno de los problemas agregados que aparecen en las distintas iteraciones sean no degeneradas.

## 4. Resultados fundamentales en programación lineal con variables enteras.

En el caso de que algunas o todas las variables del problema P1 sean enteras, los siguientes resultados fundamentales son aplicables:

a) Los pesos óptimos también existen en el caso de problemas de programación lineal con variables enteras ([19], p. 620), pero, al igual que en el caso continuo, tampoco se pueden determinar sin conocer la solución óptima del modelo detallado.

b) En el caso de agregar sólo variables, a diferencia del caso continuo, ni el procedimiento de desagregación de pesos fijos ni el procedimiento de disección óptima garantizan soluciones admisibles para el problema original. El procedimiento de desagregación para obtener soluciones admisibles ha de ser diseñado específicamente para cada tipo de problema ([19], p. 620).

c) Aunque los pesos óptimos también existen cuando se exige integridad, dichos pesos no se pueden determinar por procedimientos iterativos del tipo actualización de pesos o del tipo reagrupamiento, puesto que no existe una teoría de la dualidad para programación lineal con variables enteras ([3], p. 432).

En la literatura académica han aparecido en los últimos años algunas implementaciones de técnicas de agregación y desagregación en programación lineal con variables enteras ([25], [26], [27]), pero no en un contexto de planificación de la producción (salvo la debida a Jörnsten y Leisten [28], que se comenta en el epígrafe siguiente).

## 5. Enfoque explicativo del proceso de agregación y desagregación en planificación de la producción mediante la teoría de la agregación.

Recientemente, Leisten [3] interpreta y explica el proceso de agregación y desagregación en un contexto de planificación de la producción, haciendo uso de la teoría de la agregación en programación matemática. Este enfoque es, ciertamente, novedoso, puesto que el enfoque tradicional basado en la HPP puede considerarse que se realiza de forma heurística (o como caja negra) y desde un punto de vista modelador ([3], p. 414).

En su artículo, Leisten [3] estudia los problemas de admisibilidad y/o optimalidad que se pueden presentar al agregar y desagregar los problemas clásicos de planificación de la producción. Tradicionalmente, los problemas de admisibilidad en HPP han sido estudiados bajo la denominación de “agregación perfecta” (ver, por ejemplo, [29]). La agregación perfecta significa que se construye el problema agregado de forma que se garantice que todo plan detallado admisible, al ser agregado, respete las restricciones del problema agregado. Sin embargo, (1) las condiciones para una agregación perfecta sólo se pueden alcanzar bajo circunstancias especiales, (2) la desagregación de un plan agregado admisible no tiene por qué proporcionar un plan detallado admisible y (3) el concepto de agregación perfecta no considera problemas de optimalidad. Leisten [3] demuestra que sólo es posible eliminar los problemas de no admisibilidad y no optimalidad utilizando procedimientos iterativos de agregación y desagregación, especialmente los basados en estrategias de reagrupamiento.

En la línea de la referencia anterior, Jörnsten y Leisten [28] utilizan un procedimiento iterativo de agregación y desagregación para resolver un modelo de programación lineal entera-mixta de planificación de la producción. Mediante el procedimiento iterativo, los autores generan modelos interpretados como modelos de planificación en un contexto HPP.

Aparte de las dos referencias citadas con anterioridad no se han encontrado otras aplicaciones de la teoría de la programación matemática a la planificación de la producción, por lo que esta línea de investigación parece ser prometedora.

## 6. Conclusiones.

La planificación de la producción es una función empresarial que, por diversas razones, se aborda usualmente utilizando técnicas de agregación y desagregación. Tradicionalmente, el enfoque empleado es el denominado abreviadamente HPP (Planificación de la Producción Jerarquizada o “Hierarchical Production Planning”, en terminología anglosajona). El enfoque HPP no se basa en la teoría de la agregación y desagregación en problemas de optimización, por lo cual, recientemente, algunos autores han mostrado interés en abordar los problemas de planificación de la producción desde esta óptica alternativa. En este trabajo se presenta una visión general y una revisión bibliográfica sobre las técnicas de agregación y desagregación en problemas de optimización y en modelos de planificación de la producción.

## Agradecimientos

Los autores desean mostrar su agradecimiento al Profesor Dr. Rainer Leisten, de la Universidad de Duisburgo (Alemania), por su inestimable ayuda durante la realización de este trabajo.

## Referencias

[1] Zäpfel, G. y Missbauer, H., (1993), “New concepts for production planning and control”, *European Journal of Operational Research*, 67 (3), pp. 297-320.

[2] Axsäter, S., (1981), “Aggregation of product data for hierarchical production planning”, *Operations Research*, 29 (4), pp. 744-756.

[3] Leisten, R., (1998), “An LP-aggregation view on aggregation in multi-level production planning”, *Annals of Operations Research*, 82, pp. 413-434.

[4] Pienkosz, K. y Toczylowski, E., (1993), “On aggregation of items in single-stage production systems with limited inventory levels”, *Operations Research*, 41 (2), pp. 419-426.

[5] Kistner, K.P. y Steven, M., (1991), “Applications of operations research in hierarchical production planning”, en Fandel, G. y Zäpfel, G., (1991), *Modern production concepts*. Springer-Verlag. Berlin, Germany (Alemania), pp. 97-113.

[6] Hax, A.C. y Meal, H.C., (1975), "Hierarchical integration of production planning and scheduling", en Geisler, M.A., (1975), *Logistics TMS studies in the management sciences*. North-Holland. Amsterdam, Netherlands (Holanda), pp. 53-69.

[7] Zipkin, P.H., (1977), Aggregation in linear programming. Ph.D., University of Yale. New Haven, U.S.A.

[8] Rogers, D.F., Plante, R.D., Wong, R.T. y Evans, J.R., (1991), "Aggregation and disaggregation techniques and methodology in optimization", *Operations Research*, 39 (4), pp. 553-582.

[9] Bitran, G.R. y Tirupati, D., (1993), "Hierarchical production planning", en Graves, S.C., Rinnooy-Kan, A.H.G. y Zipkin, P.H., (1993), *Logistics of production and inventory*, Handbooks in Operations Research and Management Science, 4. North-Holland. Amsterdam, Netherlands (Holanda), pp. 523-568.

[10] Dudkin, L.M., Rabinovich, I. y Vakhutinsky, I., (1987), *Iterative aggregation theory*, (New York: Marcel Dekker).

[11] Leisten, R., (1995), *Iterative aggregation und mehrstufige entscheidungsmodelle*, (Heidelberg: Physica).

[12] Stuhr, K.P., (1987), *Experimentelle untersuchungen zur abschätzung des maximalen aggregationsfehlers in linearen programmen*, (München: VVF).

[13] Francis, V.E., (1985), Aggregation of network flow problems. Ph.D., University of California. Los Angeles, U.S.A.

[14] Kathuria, N.N., (1988), Predictive accuracy of aggregate planning LP models. Ph.D., University of North Caroline. Chapel Hill, U.S.A.

[15] Liesegang, D.C., (1980), Aggregation bei linearen optimierungsmodellen. Habilitationsschrift, Universität zu Köln. Köln, Deutscheland (Alemania).

[16] Taylor, R.W., (1983), Aggregate programming in large scale linear systems. Ph.D., Georgia Institute of Technology. Atlanta, U.S.A.

[17] Hopp, W.J. y Spearman, M.L., (1996), *Factory physics*, (Chicago: Irwin).

[18] Jörnsten, K. y Leisten, R., (1995), "Decomposition and iterative aggregation in hierarchical and decentralised planning structures", *European Journal of Operational Research*, 86 (1), pp. 120-141.

[19] Hallefjord, A. y Storøy, S., (1990), "Aggregation and disaggregation in integer programming problems", *Operations Research*, 38 (4), pp. 619-623.

[20] Jörnsten, K., Leisten, R. y Storøy, S., (1999), "Convergence aspects of adaptive clustering in variable aggregation", *Comp. & Op. Research*, 26 (10-11), pp. 955-966.

[21] Jörnsten, K., Leisten, R. y Storøy, S., (1994), "Gradient schemes in iterative aggregation procedures for variable-aggregated LP-problems", *Optimization*, 30 (3), pp. 251-268.

[22] Storøy, S., (1994), "Weights improvement in column aggregation", *European Journal of Operational Research*, 73 (3), pp. 510-516.

[23] Storøy, S., (1996), "Optimal weights and degeneracy in variable aggregated linear programs", *Operations Research Letters*, 19 (1), pp. 29-31.

[24] Aboudi, R., Jörnsten, K. y Leisten, R., (1993), "Solving large-scale linear programs with bounded variables by iterative aggregation". Working paper, University of Miami. Miami, U.S.A.

[25] Weintraub, A., Guitart, S. y Kohn, V., (1986), "Strategic planning in forest industries", *European Journal of Operational Research*, 24 (1), pp. 152-162.

[26] Hallefjord, A., Jörnsten, K. y Värbrand, P., (1993), "Solving large scale generalized assignment problems –an aggregation/disaggregation approach", *European Journal of Operational Research*, 64 (1), pp. 103-114.

[27] Srinivasa, A.V. y Wilhelm, W.E., (1997), "A procedure for optimizing tactical response in oil spill clean up operations", *European Journal of Operational Research*, 102 (1), pp. 554-574.

[28] Jörnsten, K. y Leisten, R., (1995), "Linear programming aggregation: a heuristic for hierarchical production planning". *Asia Pacific Journal of Operational Research*, 12 (2), pp. 161-177.

[29] Axsäter, S., (1986), "On the feasibility of aggregate production plans", *Operations Research*, 34 (5), pp. 796-800.