

Revisión bibliográfica del problema multiperiodo de localización de instalaciones con capacidades distintas

Miguel Ortega Mier¹, Álvaro García Sánchez²

¹ Unidad Docente de Organización de la Producción. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Universidad Politécnica de Madrid. José Gutiérrez Abascal, 2. 28006 Madrid. miguel@ingor.etsii.upm.es

² Área de Ingeniería de Organización. Escuela Politécnica Superior. Universidad Carlos III de Madrid. Avenida de la Universidad, 30. 28911 Leganés, Madrid. alvaro.garcia@uc3m.es

Resumen

En este artículo se presenta una revisión bibliográfica sobre los distintos enfoques que los investigadores han ido proponiendo sobre los problemas de localización de instalaciones en un horizonte multiperiodo en los que se contempla la capacidad de las dichas instalaciones. Además los autores proponen el modelo MPMCFLP (Multiple Period Multiple Capacity Facility Location Problem), que responda a este enfoque y un método de resolución del mismo basado en una combinación de técnicas de programación lineal continua y algoritmos genéticos.

Palabras clave: localización, multiperiodo, capacidad.

1. Introducción

Históricamente, en la ingeniería de organización se han venido abordando diferentes tipos de problemas que afectan al diseño, la planificación, la programación y el control de sistemas productivos. Para la resolución de tales problemas se han utilizado métodos cuantitativos que han sido desarrollados a propósito para determinados tipos de problemas o que tienen un carácter general que permite su uso para una amplia variedad de problemas.

En este trabajo se presenta un problema complejo: la combinación de localización y dimensionamiento de instalaciones para un horizonte finito. Se trata de determinar, para cada periodo, las instalaciones que darían servicio a un conjunto de clientes y cuál sería la dimensión elegida para cada una de ellas, de entre un conjunto de instalaciones con una ubicación y con una gama de posibles capacidades previamente conocidas, todo ello incurriendo en el menor coste global posible.

En esta comunicación se ofrece una revisión de la literatura de los distintos enfoques que se han utilizado para resolver este problema o variantes del mismo.

2. Dimensionamiento y localización de instalaciones

En la ingeniería de organización, el dimensionamiento y la localización de instalaciones industriales siempre han sido considerados como dos aspectos clave del diseño de sistemas productivos. Si bien siempre se ha destacado la interrelación existente entre ambos, estos problemas se han abordado por separado, sobre todo desde el punto de vista de la

modelización y el uso de métodos cuantitativos para su resolución (Francis 1992) (Mirchandani 1990).

A pesar de lo anterior, hay casos en los que se abordan a la vez la localización y la dimensión de las instalaciones. Un ejemplo, muy conocido, de combinación de localización y capacidad es el problema CFLP (*Capacitated Facility Location Problem*) (Klose, Drexl 2000) (Shetty 1990).

Para darle mayor realismo al problema CFLP se puede suponer que las instalaciones no tienen una capacidad fija, sino que existen unas variables de decisión que representan precisamente las dimensiones de cada una de las instalaciones.

Para estas situaciones de distintas capacidades posibles, Ortega Mier (2002) planteó una variante del CFLP llamado MCFLP (*Multiple Capacitated Facility Location Problem*). Este modelo es mucho más complicado que el CFLP y puede resolverse por técnicas metaheurísticas, como por ejemplo el recocido simulado, obteniéndose buenos resultados.

3. Enfoques en la literatura sobre el caso multiperiodo

El problema MCFLP, diseñado para un único periodo, puede complicarse más y así acercarse más a la realidad si se contempla un horizonte de varios periodos. En este caso ya no sólo se tiene que decidir qué instalaciones hay que localizar y con qué capacidad de las posibles, si no también indicar en qué periodos las instalaciones están en uso.

En este apartado se presenta una revisión de la literatura sobre la localización multiperiodo de instalaciones indicando los distintos enfoques encontrados, los aspectos tenidos en cuenta, etc.

Los primeros trabajos que aparecen en la literatura sobre localización multiperiodo aparecen a finales de los años '60 (Ballou 1968). Se presenta un caso real en el que se busca averiguar la localización de unos almacenes intermedios. Ballou plantea un modelo lineal con variables mixtas que resuelve, para pequeños problemas, mediante la Programación Dinámica.

Continuando las investigaciones de Ballou, Wesolowsky et al.(1973)(1975), también mediante la programación dinámica resuelven unos modelos de localización multiperiodo. Presentan distintos modelos, todos ellos con restricciones de capacidad, pero con distintas variantes: con un número máximo de instalaciones nuevas por periodo o no, con posibilidad de recolocación o no, etc. Una conclusión importante es que, si bien para pequeños problemas multiperiodo la programación dinámica permite llegar a soluciones óptimas; al hacer crecer el problema (número de periodos, número de instalaciones..), la programación dinámica no permite llegar a ninguna solución óptima.

También en 1975, y abogando por la programación dinámica (en este caso incompleta), Erlenkotter, publicó dos artículos sobre localización multiperiodo y la expansión de capacidad (Erlenkotter 1974 y 1975). Sus modelos fueron aplicados para un problema de gran escala en el que se quiere planificar la expansión de la capacidad de la industria de fertilizantes de nitrógeno en India.

En 1980 Shilling publicó un artículo sobre la localización de instalaciones públicas, pero en este caso con un enfoque multicriterio. En el ejemplo propuesto de localización de un servicio

de emergencias, además del coste, se tienen en cuenta otros criterios como el servicio prestado, etc. Schilling utiliza la programación multiobjetivo para resolver el problema que había propuesto.

Roy y Erlenkotter, en 1982, enuncian un problema muy conocido en la literatura posterior: DUFLP (Dynamic Uncapacitated Facility Location Problem). En este caso el modelo propuesto no tiene restricciones de capacidad y además permite abrir y cerrar instalaciones. Resuelven el problema mediante una técnica llamada "Dual Ascent Method". Son los primeros autores que descartan la programación dinámica como herramienta imprescindible para resolver problemas de localización dinámica.

Volviendo al enfoque multicriterio, Min (1988), al buscar la posible localización de una biblioteca pública, plantea un modelo de localización dinámica para instalaciones públicas, con posibilidad de recolocación, límite de instalaciones a elegir, restricción de presupuesto. Al igual que Schilling utiliza técnicas multiobjetivo.

Shulman (1991) diseña un algoritmo para resolver otro problema de localización muy conocido: el DCPLP (Dynamic Capacitated Facility Location Problem). Este problema se diferencia del CUFLP principalmente en que las instalaciones tienen una capacidad finita. Además se permite que las instalaciones tengan aumentos de capacidad finitos. Este problema se resuelve mediante límites superiores e inferiores que permiten aplicar unas relajaciones lagrangianas y un método basado en la programación dinámica.

Drezner (1993) considera el problema p-median dinámico y lo resuelve mediante unos algoritmos específico no lineal que implementa en un código abierto de programación matemática AMPL).

En la literatura vuelve a aparecer el enfoque multicriterio (Current et al., 1997). En este caso se tienen dos objetivos: minimizar la pérdida de oportunidad esperada y minimizar la penalización máxima de cada instalación. En este problema no está limitado el número de instalaciones a localizar.

Saldanha y Captivo (1998) Utilizan un enfoque heurístico para resolver un modelo de localización discreta con todas las instalaciones iguales y con capacidad ilimitada. El heurístico que plantean se basa en los métodos DROP y de búsqueda local y es implementado mediante el CPLEX.

A finales de los años 90, Antunes y Peeters publicaron un artículo en el que se plantea mediante el recocido simulado resolver la planificación de las escuelas de primaria en Portugal (1998, 2001). En este modelo se permite, en el horizonte contemplado, aumentar o disminuir la capacidad de las instalaciones (colegios) de forma modular.

Hinojosa et al (2000), aportan como novedad que el modelo que plantean es multiproducto. Se intenta minimizar el coste total de instalación y uso de unos almacenes intermedios de distintos tipos de productos que tienen que cumplir las restricciones de producción y demanda de los clientes. Diseñan un heurístico inicial para calcular soluciones iniciales, y luego continúan mediante relajaciones lagrangianas.

En el 2003, Bose et al., diseñan un modelo en el que se intenta minimizar los costes totales de una red acceso wireless. La solución que aportan se basa en un heurístico implementado en LINGO.

En Chau (2004), se plantea resolver mediante algoritmos genéticos un modelo de localización de instalaciones de la construcción. Este modelo permite localizar instalaciones de distinto tipo de capacidad, pero de sólo un tipo de capacidad cada instalación. Además el modelo está formulado en dos niveles (orígenes, instalaciones intermedias y destinos).

Como resumen de la revisión bibliográfica hecha se pueden enunciar las siguientes conclusiones:

- La localización multiperiodo se lleva investigando desde hace poco años, principios de los años 70, bastante después del boom de la investigación operativa que se inició con la II Guerra Mundial.
- Aparecen dos enfoques distintos sobre los tipos de objetivos:
 - o Un enfoque monocriterio (coste). Para resolver problemas con este enfoque se utilizó primeramente la programación dinámica. Al plantearse modelos más complicados (tamaño, más posibilidades de abrir o cerrar instalaciones, etc.) empezaron a aparecer otros métodos de resolución: relajaciones lagrangianas al principio, algoritmos propios desarrollados específicamente por los investigadores e implementados en distintos lenguajes después (CPLEX, AMPL, etc) y, finalmente, tras la consolidación en la comunidad científica, los metaheurísticos.
 - o Otro enfoque multicriterio, que se ha resuelto con técnicas goal programming y AHP.
- Existen muchas variantes entre los modelos planteados, siendo difícil una comparación entre ellos y una priorización de los mismos, pues cada modelo resuelve un problema real muy concreto. Por ejemplo, hay modelos que obligan a que todas las instalaciones sean de igual capacidad, en otros modelos las instalaciones pueden tener una entre varias capacidades posibles, pero iguales para todos, etc.

Seguidamente los autores plantean otro modelo de localización multiperiodo o dinámica, pensado específicamente para resolver un problema muy concreto sobre reciclado de residuos de automóvil pero posiblemente aplicable a otros campos.

Esta revisión anterior se expone de forma sintetizada en la Figura 1, en la que se indican las características principales de los modelos propuestos por los autores correspondientes:

Año publicación	Función Objetivo	Niveles	Capacidad	Cierre Inst.	Restricción presup.	Num máximo aperturas	Método resolución	Contexto
Ballou	coste	2	si	no	no	no	Prog Dinamica	Almacenes
Wesolwsky	coste	1	si	no	no	no	Prog Dinamica	
Wesolowsky et al	coste	1	si	no	no	si	Prog Dinamica	
Erlenkotter	coste	1	si	si	no	no	Prog Dinamica	
Schilling	varios	1	no	no	si	si	Multiobjetivo	Servicios públicos
Van Roy y Erlenkotter	coste	1	no	si	no	no	Dual Ascend Method	DUFLP
Min	varios	1	si	si	si	no	Goal Programming	Librería pública
Shulman	coste	1	si, distintos tipos	si	no	no	Relajacion Lagangiana y Prog Dinámica	
Drezner	coste	1	si	si	no	no	Algoritmos específicos via AMPL	
Current et al.	varios	1	no	no	no	no	Métodos multicriterio	
Saldanha y Captivo	coste	1	si, todas iguales	si	no	no	DRQP y búsqueda local (en CPLEX)	
Hinojosa et al.	coste	2	si, todas iguales	si	no	no	Relajacion Lagangiana	Almacenes multiproducto
Antunes y Peeters	coste	1	si, variable	si	si	no	Recocido simulado	Colegios Portugal
Bose et al.	coste	1	si	si	no	no	Algoritmos específicos (en LINGO)	
Chau	coste	2	si, distintos tipo	no	si	no	Algoritmos geneticos	Construcción

Figura 1. Resumen de la revisión bibliográfica.

5. El modelo MPMCFLP

En este apartado del artículo se va a exponer el modelo propuesto por los autores: MPMCFLP (Multiple Period Multiple Capacity Facility Location Problem).

Este modelo nace como una ampliación del modelo ya comentado en el apartado 3, MCFLP (Ortega Mier 2002). En este caso se trata de generalizarlo a una situación más real. El objetivo ahora es determinar, para cada periodo, las instalaciones que darían servicio a un conjunto de clientes (orígenes) y cuál sería la dimensión elegida para cada una de ellas, de entre un conjunto de instalaciones con una ubicación y con una gama de posibles capacidades previamente conocidas, todo ello incurriendo en el menor coste global posible y evitando además que en una misma ubicación se localicen más de una instalación.

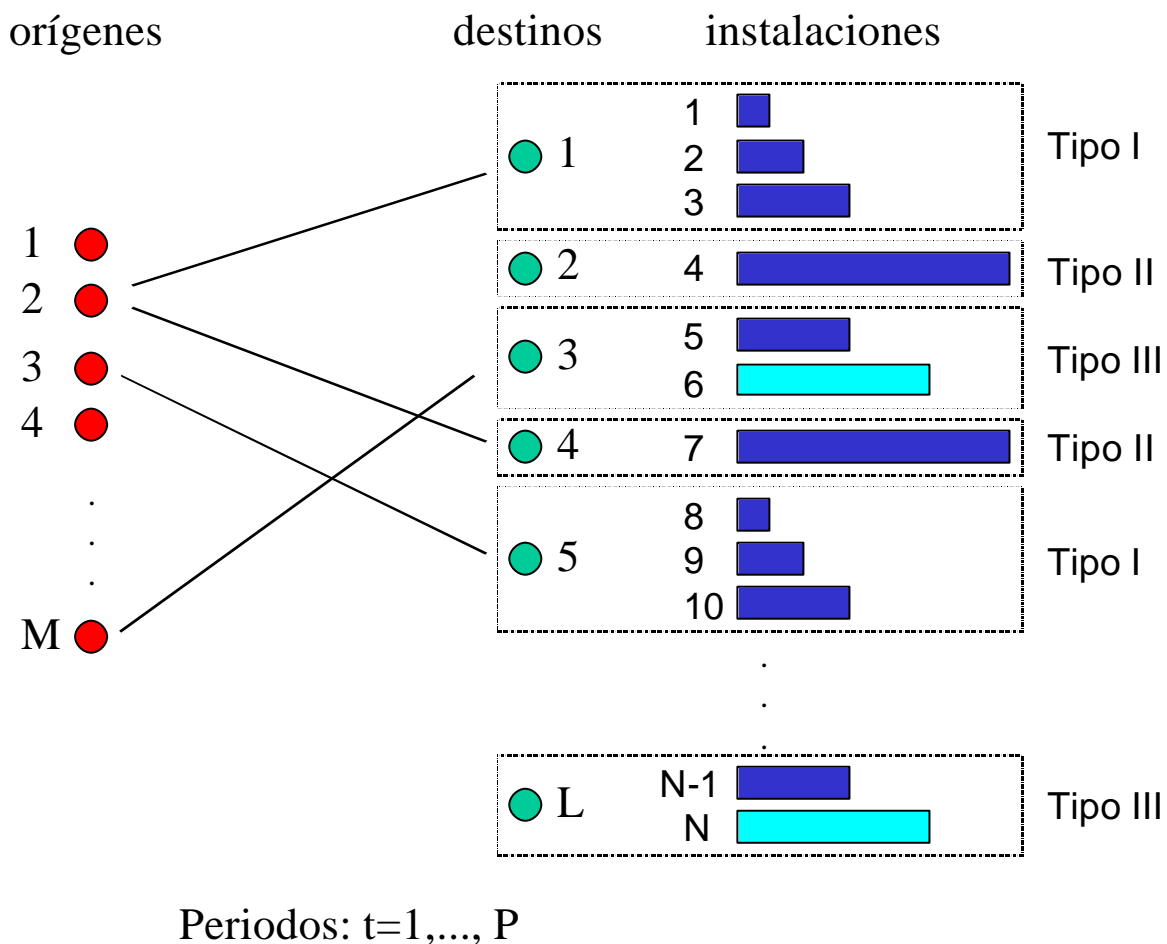


Figura 2. Esquema del problema MPMCFLP

Como se puede observar en la Figura 2, se plantea una situación en la que existen M orígenes en los cuales hay una oferta de un producto en cada periodo, O_{it} . Ese producto tiene que ser transportado a cada uno de los L destinos para ser tratado. En cada destino puede haber uno más de un tipo de instalación posible o de capacidad posible para un mismo tipo de instalación. Por ejemplo, si se elige que al destino L del gráfico se lleve producto, habrá que decidir qué tipo de instalación se localiza en L : la instalación $N-1$ que es de distinto tipo (distintos costes) y más pequeña que la N . Lógicamente tiene que existir una preasignación previa de qué tipo de instalaciones puede haber en cada localización.

Se define D_j como la capacidad de la instalación j . El índice j variará entre 1 y N , siendo N la suma del número máximo de posible de instalaciones totales sobre las que hay que decidir.

Los siguientes coste se tienen en cuenta:

- costes de transporte, CTT_{ijk} , entre un origen i y un destino j en el periodo k
- costes de fijos, CF_{jt} , de la instalación j en el periodo t
- costes variables, CV_{jt} , de la instalación j en el periodo t

Y, con la siguiente definición de variables,

- x_{ijt} (real), proporción de producto que va del origen i al destino j en el periodo t ,
- y_{jt} (binaria), con valor 0 (1) si la instalación j está cerrada (abierta) en el periodo t ,

se plantea, como punto de partida, el siguiente modelo de programación lineal mixta:

$$\min \sum_i \sum_j \sum_t CTT_{ijt} \cdot x_{ijt} + \sum_j \sum_t CF_{jt} \cdot y_{jt} + \sum_i \sum_j \sum_t CV_{ijt} \cdot x_{ijt} \quad (1)$$

sujeto a,

$$\sum_j x_{ijt} = 1 \quad \forall i, t \quad (2)$$

$$\sum_i x_{ijt} \cdot O_{it} \leq D_{jt} \quad \forall j, t \quad (3)$$

$$x_{ijt} \leq y_{jt} \quad \forall i, j, t \quad (4)$$

La función objetivo (1), representa la función a optimizar, que es la suma de los costes fijos, variables y de transporte. El conjunto de inecuaciones (2) indica que, para cada periodo, todo el producto que sale de los orígenes es transportado a los destinos. Las inecuaciones (3) expresan que en todos los periodos hay capacidad suficiente para cubrir la oferta de producto de los orígenes. Con las expresiones (4) se indica que si un destino no recibe producto no tiene sentido que esté abierta, y sólo se abrirá si le llega producto.

Además de las expresiones anteriores se tienen que incluir un conjunto de restricciones del tipo:

$$y_{ct} + y_{c+1t} + y_{c+2t} \leq 1 \quad (5)$$

que expresan que un número de instalaciones determinado (las instalaciones con índice comprendido entre c y $c+2$) no pueden estar abiertas a la vez en el mismo destino. Habrá tantas restricciones como destinos con varias posibilidades de instalaciones o de capacidad distintas.

Para problemas medianos y grandes (cercaos a casos reales) este modelo obliga a utilizar un número muy elevado de variables y restricciones:

- número de variables: $M \cdot N \cdot P$ (continuas) y $N \cdot P$ (binarias) $\Rightarrow (M+1) \cdot N \cdot P$ variables.
- número de restricciones: $M \cdot P + N \cdot P + M \cdot N \cdot P + P \cdot H = P \cdot (M+N+M \cdot N+H)$ restricciones.

Es decir el número de variables crece sobre todo según el producto $M \cdot N \cdot P$. En la siguiente tabla se pueden observar el número de variables y restricciones necesarias para unos problemas tipo de distintos tamaños:

Tabla 1. Evolución del número de variables y restricciones con el crecimiento del problema

M	3	9	15	20
N	3	9	15	30
P	3	9	15	20
H	1	3	10	15
Número variables	36	810	3600	12600
continuas	27	729	3375	12000
binarias	9	81	225	600
Número de restricciones	48	918	3975	13300

Este problema pese a seguir siendo lineal, no es fácil de resolver sobre todo por las variables binarias. Muchas veces el cálculo de una solución óptima no es posible y se considera suficiente obtener soluciones factibles que sean lo suficientemente buenas.

Los autores, al problema lineal, le añaden un conjunto de restricciones bastante habituales en una situación real:

- Si una instalación se cierra en el horizonte contemplado no se volverá a abrir.
No pueden darse soluciones con variables: $y_{c1}=y_{c2}=1$, $y_{c3}=y_{c4}=0$, $y_{c5}=1$ (para 5 periodos)
- Si se aumenta la capacidad de una instalación en un periodo, no podrá disminuir en los periodos posteriores
- Si se abre una instalación en un destino, tiene que abrirse como poco un número mínimo de periodos.

Según lo anterior, se define el problema MPMCFLP (*Multiple Period Multiple Capacitated Facility Location Problem*) como aquel problema de localización comentado anteriormente y que tiene que cumplir el conjunto de restricciones (1-5) expresadas de forma lineal y además las restricciones no lineales comentadas en el párrafo anterior.

Como existen restricciones que no se pueden expresar de forma lineal, y como anteriormente se comentaba, es difícil obtener una solución por programación lineal, los autores plantean resolver el problema MPMCFLP con un enfoque distinto basado en una combinación de técnicas de programación lineal continua y de algoritmos genéticos.

6. Conclusiones

Se han presentado las investigaciones más relevantes en el campo de la localización multiperiodo. Se han añadido unas conclusiones que tratan de aclarar la revisión bibliográfica ofrecida indicando una serie de enfoques comunes. A parte de los distintos enfoques se han comentado las técnicas de resolución utilizadas, las cuales han ido variando en estos últimos años. Además, los autores ofrecen la formulación de otro problema de localización dinámica y una posible forma de resolución.

Referencias

- Antunes, A., Peeters, D., (2000) "A dynamic optimization model for school network planning", *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 34, pp. 101-120.
- Antunes, A., Peeters, D., (2001) "On solving complex multi-period location models using simulated annealing", *European Journal of Operational Research*, vol. 130, pp. 190-201.
- Ballou, R.H., (1968) "Dynamic Warehouse Location Analysis", *Journal of Marketing Research*, vol. 5, pp. 271-276.
- Bose, I., Eryarsoy, E., He, L., (2003) "Multi-period design of survivable wireless access networks under capacity constraints", *Decision Support Systems*.
- Chau, K.W., (2004) "A two-stage dynamic model on allocation of construction facilities with genetic algorithm", *Automation in Construction*.
- Current, J., Ratick, J., ReVelle, C., (1997) "Dynamic facility location when the total number of facilities is uncertain: A decision analysis approach", *European Journal of Operational Research*, vol. 110, pp. 597-609.
- Drezner, Z., (1995) "Dynamic Facility Location: The Progressive p-median Problem", *Location Sciences*, vol. 3, n°.1, pp. 1-7.
- Erlenkotter, D. (1974) "Dynamic Facility Location and Simple Network Models", *Management Science*, vol. 20, Theory Series, pp. 1331.
- Erlenkotter, D. (1975) "Capacity Planning for Large Multilocation systems: Approximate and Incomplete Dynamic Programming Approaches", *Management Science*, vol. 22, n°. 3, pp. 274-285.
- Francis, R.L., McGinnis, L.F., White, J.A. (1992) "Facility layout and location: an analytical approach", Prentice-Hall.
- Hinojosa, Y., Puerto, J., Fernández, F.R., (2000) "A multiperiod two-echelon multicommodity capacitated plant location problem", *European Journal of Operational Research*, vol. 123, pp. 271-291.
- Klose, A., Drexl, A., (2000) "Lower Bounds for the Capacitated Facility Location Problem Based on Column Generation", *Universität St. Gallen*, pp. 1-3.
- Min, H., (1988) "The Dynamic Expansion and Relocation of Capacitated Public Facilities: A Multi-Objective Approach", *Computer and Operations Research*, vol. 15, n°. 3, pp. 243-252.
- Mirchandani, P.B. (1990) "Discrete Location Theory", John-Wisley & Sons, Inc.
- Ortega Mier, M.; Delgado, J. (2002). "Utilización de metaheurísticas para el dimensionamiento y localización de instalaciones industriales", *II Conferencia de Ingeniería de Organización*, pp 623-621.
- Roy, T.J., Erlenkotter, D., (1982) "A Dual-Based Procedure for Dynamic Facility Location", *Management Science*, vol. 28, n°. 10, pp. 1091-1105.
- Saldanha, F., Captivo, M.E., (1998) "A heuristic approach for the discrete dynamic location problem", *Location Science*, vol. 6, pp. 211-223.
- Schilling, D.A., (1980) "Dynamic Location Modeling for Public-Sector Facilities: A Multicriteria Approach", *Decision Sciences*, vol. 11, pp 714-724.
- Shetty, B., (1990), "Approximate solutions to large scale capacitated facility location problems", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 39, pp.159-175.
- Shulman, A., (1991) "An Algorithm for Solving Dynamic Capacitated Plant Location Problems with Discrete Expansion Sizes", *Operations Research*, vol. 39, n°. 3, pp. 423-436.
- Wesolowsky, G.O., (1973) "Dynamic Facility Location", *Management Science*, vol. 9, pp. 1241-1248.
- Wesolowsky, G.O., Truscott, W.G., (1975) "The multiperiod Location –Allocation Problem with Relocation of facilities", *Management Science*, vol. 22, pp. 57-65