

Propiedades estructurales de los sistemas a medida*

Pedro L. González Rodríguez¹, José M. Framiñán Torres¹, José M. León Blanco¹, Rafael Ruiz Usano¹

¹ Dpto. de Organización Industrial y Gestión de Empresas. Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla. Camino de los descubrimientos, s/n, 41092 Sevilla. pedroluis@esi.us.es, jose@esi.us.es, miguel@esi.us.es, usano@esi.us.es.

Resumen

Los sistemas a medida se caracterizan por considerar inicialmente todos los posibles bucles de control (lazos o bucles kanban) entre cada par de estaciones en una línea. La optimización de dichos sistemas consiste en asignar el valor del número de tarjetas para cada bucle, de acuerdo a un determinado objetivo. Uno de los principales inconvenientes a la hora de su optimización es el tamaño en el espacio de búsqueda. Una exploración exhaustiva sobre todo el espacio es prohibitiva, por lo que una política interesante podría ser la reducción del espacio de soluciones. Esto se puede conseguir mediante las denominadas propiedades estructurales.

Palabras clave: control de la producción, sistemas a medida, sistemas pull.

1. Introducción

Las propiedades estructurales son propiedades de los sistemas basados en tarjetas, respecto a la dominancia de unas configuraciones de tarjetas (valores que toman las tarjetas en los bucles de control) respecto de otras. Estas propiedades se denominan estructurales, pues sólo dependen de la estructura del sistema, es decir, entre qué pares de máquinas están situados los bucles de control y cuantas tarjetas son asignadas en cada bucle. A su vez las propiedades estructurales son independientes de los tiempos de proceso, tiempos de *set-up* o averías.

Respecto a la dominancia de unas configuraciones respecto a otras hay que decir que es posible detectar de antemano si una determinada configuración es dominada por otra. El conjunto de configuraciones dominadas se denomina conjunto de soluciones estructuralmente no eficientes, mientras que el resto forma el conjunto de soluciones estructuralmente eficiente. Dichas relaciones de dominancia entre configuraciones de tarjetas, las cuales podemos denominar “dominancia estructural”, no hay que entenderla desde el punto de vista del rendimiento del sistema. Es decir, una solución estructuralmente eficiente y una solución dominada por dicha solución obtienen el mismo funcionamiento en un mismo sistema y bajo las mismas condiciones. Sin embargo, la solución estructuralmente eficiente, como se verá posteriormente, es una solución que depende de un menor o igual número de parámetros que el conjunto de soluciones a las que domina. Por tanto, las anteriores características serán

* Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación con financiación procedente del Ministerio de Educación y Ciencia (Proyecto DPI2004-02902) y con cofinanciación proveniente del Fondo europeo de desarrollo regional (FEDER).

empleadas para evitar explorar soluciones que son innecesarias explorar, ya que es posible obtener la misma respuesta con una solución estructuralmente eficiente. Por otra parte de lo anterior también se deriva que todas las posibles respuestas del sistema podrán ser obtenidas si se logra explorar todo el conjunto de soluciones estructuralmente eficientes. Como se comentará posteriormente, esto no es posible en la mayoría de los casos, pero lo interesante es que todo el conjunto de soluciones eficientes de Pareto está contenido en el conjunto de soluciones estructuralmente eficiente.

2. Estado del arte

Las principales contribuciones respecto las propiedades estructurales se deben a Gaury (2000), Tayur (1993) y Ramesh *et al.* (1997a) y (1007b). Gaury (2000) desarrolla dos propiedades estructurales para los sistemas a medida basados en tarjetas. Tayur (1993) y Ramesh *et al.* (1997a) y (1007b) estudian propiedades estructurales en los sistemas Kanban. Como el objeto de este trabajo son las propiedades estructurales de los sistemas a medida, no se incidirá más sobre estos últimos.

Para comprender las propiedades de Gaury (2000) hay que considerar distintos aspectos que serán explicados a continuación.

Un bucle de control con infinito número de tarjetas no necesita ser implementado, ya que no añade ninguna restricción en el flujo de los trabajos a lo largo de la línea, ya que siempre hay tarjetas disponibles para autorizar la producción. De la misma forma, un bucle que no implica ninguna restricción en el flujo de trabajos puede ser reemplazado por un bucle de control con infinito número de tarjetas. El objetivo de las propiedades de Gaury (2000), es identificar los casos para los cuales un bucle de control dado no restringe el flujo de los trabajos.

Para describir estas dos propiedades con mayor claridad es necesario introducir dos definiciones previas.

Definición 1: “Bucle de control, CL , por debajo/encima de otro bucle de control” (ver Gaury, 2000).

Sea CL_{ji} el bucle de control que une la estación j con la estación i .

Decimos que CL_{ml} está por debajo del bucle de control CL_{ji} si se tiene:

$$i \leq l \leq m \leq j \tag{1}$$

En este mismo caso podemos decir que CL_{ji} está por encima CL_{ml} .

Definición 2: “Secuencia de bucles de control sin superposición, ω ” (ver Gaury, 2000).

Es un conjunto de bucles de control tales que cada estación (almacén intermedio más máquina) es controlada por un bucle y solo uno del conjunto.

Sea $k(\omega)$ el número de tarjetas (suma) en una cierta secuencia de bucles sin superposición.

Sea Ω_{ij} el conjunto de todas las secuencias sin superposición de los bucles de control por debajo de CL_{ji} .

De esta manera, las propiedades son las siguientes:

2.1. Propiedad 1

“Cualquier bucle de control por debajo de un bucle de control con c tarjetas, debe tener menos de c tarjetas para ser una restricción en el flujo de trabajos. En el caso de que tenga más de c tarjetas, el bucle de control no necesita ser implementado, estableciéndose el número de tarjetas igual a infinito” (ver Gaury, 2000).

Sea $K_{ij} = c, i \neq j$, entonces:

$$\text{Si } (K_{lm} \geq c, \text{ con } i \leq l \leq m \leq j) \rightarrow K_{lm} = \infty \quad (2)$$

Ejemplo propiedad 1: Sea el siguiente sistema a medida formado por dos estaciones, con la configuración de tarjetas indicada en la Figura 1.

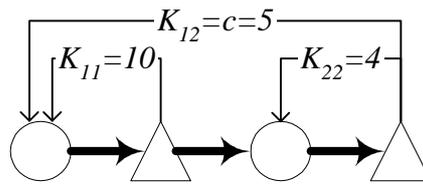


Figura 1. Ejemplo propiedad 1 Gaury

Como $K_{11} = 10 \geq c = 5$, entonces podemos establecer $K_{11} = \infty$, es decir el bucle de control CL_{11} puede ser eliminado. El sistema equivalente se muestra en la Figura 2.

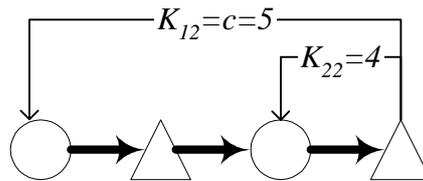


Figura 2. Ejemplo propiedad 1 Gaury. Sistema simplificado

2.1. Propiedad 2

“Un bucle de control debería tener menos tarjetas que el número total de tarjetas en cualquier secuencia sin superposición en la misma sección de la línea. En el caso de que tenga más tarjetas dicho bucle de control no necesita ser implementado y el número de tarjetas debe ser establecido a infinito” (ver Gaury, 2000).

Sea $K_{ij} = c, i \neq j$, entonces:

$$\text{Si } (c \geq \text{Min } k(\omega), \text{ con } \omega \in \Omega_{ij}) \rightarrow K_{ij} = \infty \quad (3)$$

Ejemplo propiedad 2: Sea el siguiente sistema a medida formado por dos estaciones, con la configuración de tarjetas indicada en la Figura 3.

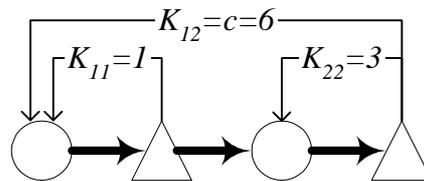


Figura 3. Ejemplo propiedad 2 Gaury

Como $c = 6 \geq \text{Min } k(\omega) = 1 + 3 = 4$, entonces podemos establecer $K_{12} = \infty$, es decir el bucle de control CL_{12} puede ser eliminado. El sistema equivalente se muestra en la Figura 4.

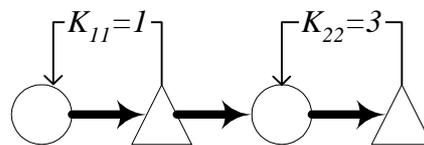


Figura 4. Ejemplo propiedad 2 Gaury. Sistema simplificado

2.3. Generalización de las propiedades estructurales

2.3.1. Relación con el inventario máximo en proceso

Las propiedades de Gaury (2000) tratan de detectar qué bucles de control no representan una restricción para el flujo de trabajos a lo largo de la línea, con el objeto de poder eliminarlos del propio sistema de control. Esto puede ser útil a la hora de implementar el propio sistema, ya que se simplifica el mecanismo de control, pero por otra parte puede resultar útil a la hora de optimizar o parametrizar el sistema bajo unas determinadas condiciones de funcionamiento, ya que al reducir el sistema de control se reduce el espacio de búsqueda o generación de las soluciones.

La primera propiedad de Gaury (2000) manifiesta que si un bucle interior a otro tiene mayor o igual número de tarjetas que otro exterior, dicho bucle interior no representa un límite sobre el inventario en proceso entre las estaciones que conecta dicho bucle interior. Por otra parte, la idea básica de la segunda propiedad manifiesta que si el bucle que relaciona dos estaciones tiene un número de tarjetas superior o igual a la combinación más restrictiva de bucles interiores entre dichas dos estaciones –sin considerar los solapes entre los bucles-, dicho bucle tampoco afecta a inventario máximo entre las estaciones que enlaza.

En definitiva, lo que tratan es de relacionar el inventario máximo permitido entre dos estaciones con los bucles de control interiores al mismo. Sin embargo, aunque las propiedades son eficientes, no son las únicas, como se muestra a continuación.

Sea Wip_{ij}^{max} el inventario en proceso máximo entre dos estaciones. Entonces, el inventario máximo en proceso en cualquier estación o conjunto de estaciones entre i y j será inferior o igual a Wip_{ij}^{max} . Es decir:

$$Wip_{uv}^{max} \leq Wip_{ij}^{max} \quad \forall u \geq i, v \leq j \quad (4)$$

Por otra parte, un bucle de control L_{uv} entre las estaciones u y v limita el inventario máximo en proceso entre dichas estaciones si para el número de tarjetas K_{uv} asociado al bucle de control L_{uv} , se cumple que:

$$K_{uv} \leq Wip_{uv}^{max} \quad (5)$$

Evidentemente, el Wip_{uv}^{max} se ha calculado sin considerar la acción del bucle L_{uv} . Por tanto también es cierto que:

$$K_{uv} \leq Wip_{uv}^{max} \leq Wip_{ij}^{max} \quad \forall u \geq i, v \leq j \quad (6)$$

con lo que vemos que está en consonancia con la primera propiedad de Gaury (2000).

Por otra parte, si tenemos en cuenta cualquier secuencia de bucles de control sin solapes o superposición (ver definición 2), la anterior desigualdad también se cumple. Por tanto también está en consonancia con la segunda propiedad de Gaury (2000).

Sin embargo, supongamos que L_{ij} es un bucle de control exterior al bucle L_{uv} y que dicho bucle es el más restrictivo respecto a las estaciones i y j , es decir, el inventario máximo viene determinado por el número de tarjetas en dicho bucle. En dicho caso se puede establecer que:

$$K_{uv} \leq Wip_{uv}^{max} \leq Wip_{ij}^{max} = K_{ij} \quad \forall u \geq i, v \leq j \quad (7)$$

Sin embargo, este tipo de relación no es tenida en cuenta por ninguna de las propiedades de Gaury (2000), ya que este considera solo los bucles interiores entre u y v , pudiendo esta relación también ser útil a la hora de reducir el espacio de búsqueda de soluciones.

Supongamos el siguiente ejemplo, mostrado en la Figura 5 en el que se consideran tres estaciones en serie.

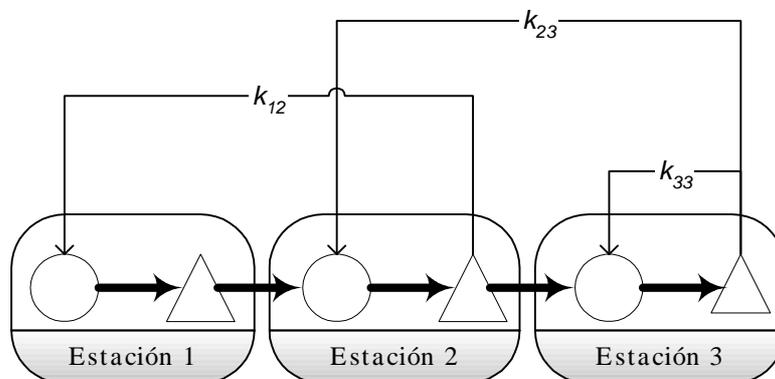


Figura 5. Ejemplo tres estaciones en serie

En la estación 2 puede haber a lo sumo K_{12} trabajos siempre que $K_{12} \leq K_{23}$. En el caso de que $K_{12} > K_{23}$ habrá como máximo K_{23} trabajos. Por otra parte supongamos que $K_{12} \leq K_{23}$ y que $K_{12} + K_{33} \leq K_{23}$. Esto quiere decir que el bucle L_{23} no está actuando con lo que podemos considerar que $K_{23} = \infty$, o lo que es lo mismo, abrir el bucle de control. Evidentemente el bucle L_{33} puede ser también considerado resultado de un subsistema aparte. Como puede observarse esto es un caso un tanto más general que la propiedad 2.

Si consideramos que $K_{12} = 5$ y que $K_{33} = 3$, un número de tarjetas K_{23} superior a 8 implica que dicho bucle no va a actuar como restricción. Dicho de otra manera. En cualquier situación siempre van a haber tarjetas del tipo K_{23} , disponibles en la estación 2. Esta situación tampoco ha sido tenida en cuenta por Gaury (2000).

Supongamos ahora otro caso, según el ejemplo de la Figura 6:

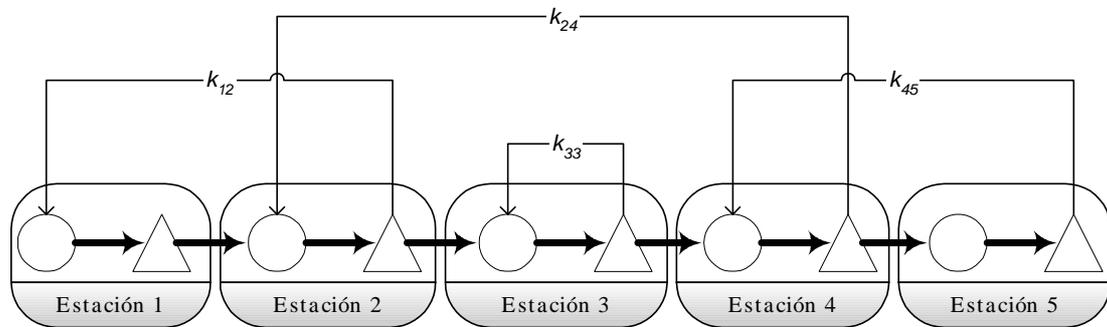


Figura 6. Ejemplo cinco estaciones en serie

En este sistema se puede establecer análogamente al caso anterior que:

Si $K_{24} \geq K_{12} + K_{33} + K_{45}$, podemos considerar que $K_{24} = \infty$, o lo que es lo mismo, eliminar el bucle de control del sistema, puesto que no interviene como restricción del flujo de trabajos en la línea.

A continuación, en la Figura 7, se muestra un ejemplo para un sistema formado por cuatro estaciones en serie. Vamos a determinar las reglas asociadas a los bucles de control comprendidos entre las estaciones 2 y 3.

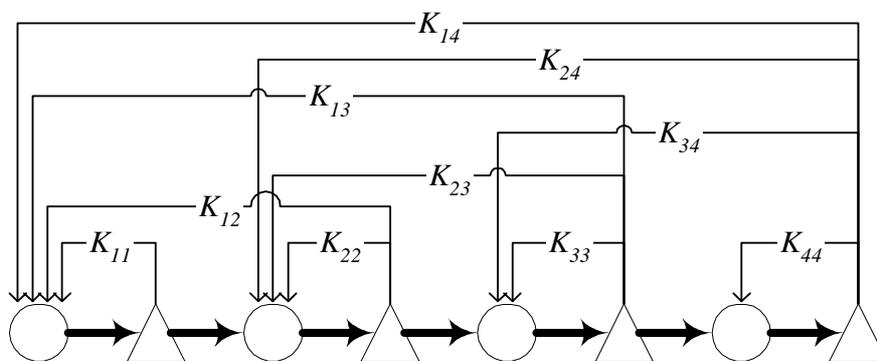


Figura 7. Ejemplo cuatro estaciones en serie

Las reglas de aplicación de las propiedades 1 y 2 se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Ejemplo reglas propiedades 1 y 2

Reglas propiedad 1	Reglas propiedad 2
Si $K_{11} \geq K_{12} \Rightarrow K_{11} = \infty$	Si $K_{12} \geq K_{11} + K_{22} \Rightarrow K_{12} = \infty$
Si $K_{11} \geq K_{13} \Rightarrow K_{11} = \infty$	Si $K_{23} \geq K_{22} + K_{33} \Rightarrow K_{23} = \infty$
Si $K_{11} \geq K_{14} \Rightarrow K_{11} = \infty$	Si $K_{34} \geq K_{33} + K_{44} \Rightarrow K_{34} = \infty$
Si $K_{22} \geq K_{12} \Rightarrow K_{22} = \infty$	Si $K_{13} \geq K_{11} + K_{22} + K_{33} \Rightarrow K_{13} = \infty$
Si $K_{22} \geq K_{23} \Rightarrow K_{22} = \infty$	Si $K_{13} \geq K_{11} + K_{23} \Rightarrow K_{13} = \infty$
Si $K_{22} \geq K_{13} \Rightarrow K_{22} = \infty$	Si $K_{13} \geq K_{12} + K_{33} \Rightarrow K_{13} = \infty$
Si $K_{22} \geq K_{24} \Rightarrow K_{22} = \infty$	Si $K_{24} \geq K_{22} + K_{33} + K_{44} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si $K_{22} \geq K_{14} \Rightarrow K_{22} = \infty$	Si $K_{24} \geq K_{23} + K_{44} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si $K_{33} \geq K_{34} \Rightarrow K_{33} = \infty$	Si $K_{24} \geq K_{22} + K_{34} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si $K_{33} \geq K_{23} \Rightarrow K_{33} = \infty$	Si $K_{14} \geq K_{11} + K_{22} + K_{33} + K_{44} \Rightarrow K_{14} = \infty$
Si $K_{33} \geq K_{13} \Rightarrow K_{33} = \infty$	Si $K_{14} \geq K_{11} + K_{22} + K_{34} \Rightarrow K_{14} = \infty$
Si $K_{33} \geq K_{24} \Rightarrow K_{33} = \infty$	Si $K_{14} \geq K_{11} + K_{23} + K_{44} \Rightarrow K_{14} = \infty$
Si $K_{33} \geq K_{14} \Rightarrow K_{33} = \infty$	Si $K_{14} \geq K_{11} + K_{24} \Rightarrow K_{14} = \infty$
Si $K_{44} \geq K_{34} \Rightarrow K_{44} = \infty$	Si $K_{14} \geq K_{12} + K_{33} + K_{44} \Rightarrow K_{14} = \infty$
Si $K_{44} \geq K_{24} \Rightarrow K_{44} = \infty$	Si $K_{14} \geq K_{12} + K_{34} \Rightarrow K_{14} = \infty$
Si $K_{44} \geq K_{14} \Rightarrow K_{44} = \infty$	Si $K_{14} \geq K_{13} + K_{44} \Rightarrow K_{14} = \infty$
Si $K_{23} \geq K_{13} \Rightarrow K_{23} = \infty$	
Si $K_{23} \geq K_{24} \Rightarrow K_{23} = \infty$	
Si $K_{23} \geq K_{14} \Rightarrow K_{23} = \infty$	
Si $K_{34} \geq K_{24} \Rightarrow K_{34} = \infty$	
Si $K_{34} \geq K_{14} \Rightarrow K_{34} = \infty$	
Si $K_{13} \geq K_{14} \Rightarrow K_{13} = \infty$	
Si $K_{24} \geq K_{14} \Rightarrow K_{24} = \infty$	

Se han detectado otras reglas, las cuales se resumen en la Tabla 2.

Otras reglas	
Si	$K_{23} \geq K_{12} + K_{33} \Rightarrow K_{23} = \infty$
Si	$K_{23} \geq K_{12} + K_{34} \Rightarrow K_{23} = \infty$
Si	$K_{23} \geq K_{22} + K_{34} \Rightarrow K_{23} = \infty$
Si	$K_{34} \geq K_{23} + K_{44} \Rightarrow K_{34} = \infty$
Si	$K_{34} \geq K_{13} + K_{44} \Rightarrow K_{34} = \infty$
Si	$K_{24} \geq K_{12} + K_{33} + K_{44} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si	$K_{24} \geq K_{12} + K_{23} + K_{44} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si	$K_{24} \geq K_{12} + K_{23} + K_{34} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si	$K_{24} \geq K_{12} + K_{34} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si	$K_{24} \geq K_{13} + K_{44} \Rightarrow K_{24} = \infty$
Si	$K_{24} \geq K_{13} + K_{34} \Rightarrow K_{24} = \infty$

Por tanto, el inventario en proceso entre dos estaciones cualesquiera i y j puede ser afectado por la acción de cualquier bucle de control que circule a través del total o parte de las estaciones comprendidas entre i y j . El efecto de dichos bucles es la limitación del inventario máximo entre las estaciones de origen y destino del flujo de tarjetas.

Sea L_{ij} el bucle de control entre las estaciones i y j y n el número de estaciones en una línea en la que hay implementado un sistema de control a medida.

Sea Ω_{ij} el conjunto de bucles de control que tienen alguna influencia sobre el inventario en proceso entre las estaciones i y j .

Por tanto, el conjunto Ω_{ij} se puede definir como:

$$\Omega_{ij} = \{L_{xy} / x \leq i, y \geq i, x \leq y\} / j \geq i \quad (8)$$

Si continuamos con el último ejemplo, según la Figura 8.

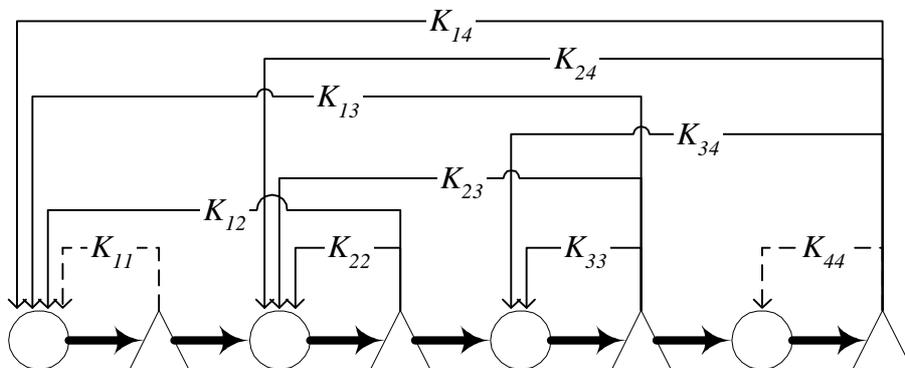


Figura 8. Ejemplo cuatro estaciones en serie

$$\Omega_{23} = \{L_{23}, L_{22}, L_{33}, L_{12}, L_{13}, L_{34}, L_{24}, L_{14}\} \quad (9)$$

Los bucles de control $\{L_{11}, L_{44}\}$, en principio, no tienen por sí solos una acción directa sobre la limitación del inventario máximo en proceso entre las estaciones 2 y 3. Evidentemente el funcionamiento de las estaciones anteriores y posteriores a 2 y 3 se ve afectado por la elección del número de tarjetas de los bucles que intervienen en las estaciones 1 y 4, algunos de ellos comunes con las estaciones 2 y 3. Sin embargo no se puede establecer ninguna relación a priori referente a la estructura de control que afecta a las estaciones 2 y 3. Sólo podemos tener en cuenta la propiedad estructural 1 en la que se establece por ejemplo que si $K_{11} \geq K_{14}$ entonces $K_{11} = \infty$, lo cual no afecta al inventario máximo entre las estaciones 2 y 3. Por otra parte se podrían tener en cuenta los parámetros de operación de las estaciones precedentes o posteriores, tales como los tiempos de proceso, averías o porcentaje de trabajos reprocesados, entre otros, para establecer relaciones adicionales que ayuden a determinar el inventario máximo entre estaciones. Sin embargo, las relaciones así obtenidas dejarían de tener el carácter de estructural, ya que dependen de otras características además del propio sistema de control.

Para sistemas pequeños, con un bajo número de estaciones, la detección de este tipo de reglas resulta lógica, pero a medida que el número de sistemas crece, la aplicación de reglas de este tipo se vuelve confusa, por lo que es necesario establecer un método general que ayude a determinar el inventario máximo en proceso entre dos estaciones.

Tanto las propiedades estructurales de Gaury (2000), como las reglas adicionales vistas en el ejemplo anterior, tratan de limitar el inventario máximo en proceso entre cada par de estaciones.

Ambas metodologías emplean la relación mostrada en la expresión (10) para determinar el inventario en proceso máximo entre dos estaciones y compararlo con el número de tarjetas que asocia a ambas estaciones, en lo que denominamos *Generalización de las propiedades estructurales*.

$$\text{Si } K_{ij} \geq Wip_{ij}^{max} \Rightarrow K_{ij} = \infty \quad (10)$$

3. Conclusiones

Los sistemas a medida basados en tarjetas son sistemas de control de la producción relativamente recientes. Los estudios sobre este tipo de sistemas demuestran que son una alternativa real a los sistemas de control de la producción JIT existentes, como por ejemplo el sistema Kanban o el Conwip. Uno de los principales inconvenientes de este tipo de sistemas es su optimización, debido al enorme espacio de búsqueda. Una manera efectiva de reducción de dicho espacio es mediante la aplicación de las denominadas propiedades estructurales. Respecto a los sistemas a medida existen 2 propiedades estructurales debidas a Gaury (2000). En este trabajo se presentan brevemente una ampliación y generalización sobre dichas propiedades (más detalles sobre dichas propiedades se pueden encontrar en González, 2006).

Referencias

- Gaury, E.G.A. (2000). *Designing pull production control systems: customization and robustness*. Tesis Doctoral, Ed. Center. Universidad de Tilburg, Holanda.
- Gaury, E.G.A.; Pierreval, H.; Kleijnen, J.P.C. (2000). An evolutionary approach to select a pull system among Kanban, Conwip and Hybrid. *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 11, pp. 157-167.
- Gaury, E.G.A.; Pierreval, H.; Kleijnen, J.P.C. (2001). A methodology to customize pull control systems. *Journal of Operational Research Society*, Vol, 52, No. 7, pp. 789-799.
- González Rodríguez, P.L. (2006). *Diseño y Operación de sistemas a medida basados en tarjetas*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- Monden, Y. (1983). *Toyota production system*. Industrial Engineering and Management Press, Atlanta.
- Ramesh, R.; Prasad, S.Y.; Thirumurthy, M.V. (1997a). Flow control in a Kanban based multicell manufacturing: I. A structural analysis of general blocking design space. *International Journal of Production Research*, Vol. 35, No. 8, pp. 2327-2343.
- Ramesh, R.; Prasad, S.Y.; Thirumurthy, M.V. (1997b). Flow control in a Kanban based multicell manufacturing: II. Design of control systems and experimental results. *International Journal of Production Research*, Vol. 35, No. 9, pp. 2413-2427.
- Tayur, S.R. (1993). Structural Properties and a Heuristic for Kanban-controlled Serial Lines. *Management Science*, Vol. 39, No. 11, pp. 1347-1368.