

## Integración en la demanda doméstica de agua con modelado basado en agentes\*

José Manuel Galán Ordax<sup>1</sup>, Ricardo del Olmo Martínez<sup>1</sup>, Adolfo López Paredes<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Área de Organización de Empresas. Escuela Politécnica Superior. Universidad de Burgos. Edificio

“La Milanera” C/ Villadiego s/n. Burgos 09001, Burgos. jmgalan@ubu.es, rdelolmo@ubu.es

<sup>2</sup> Dpto. de Organización de Empresas y Comercialización e Investigación de Mercados. E.T.S. de Ingenieros Industriales de Valladolid. Pº del cauce s/n. Valladolid 47011, Valladolid. adolfo@insisoc.org

### Resumen

*El objetivo de este trabajo es demostrar que el modelado basado en agentes permite, como paradigma integrador, incorporar y adaptar diferentes aspectos espaciales y socioeconómicos a problemas multidimensionales con alto nivel de realismo. En el dominio específico de la demanda doméstica de agua se estudia un caso concreto de integración de un modelo basado en agentes híbrido con un sistema de información geográfico. En el modelo se incorporan submodelos de dinámica urbana y difusión reversible y no reversible*

**Palabras clave:** gestión del agua doméstica, modelado basado en agentes, simulación, sistemas de información geográficos

### 1. Valoración integrada en la gestión doméstica de agua

La *Valoración Integrada* (Integrated Assessment, IA), normalmente utilizada en gestión de recursos naturales, es una aproximación holística y multidisciplinar para valorar el efecto y el impacto que de forma integrada tienen sobre el recurso las actividades humanas. A pesar de que la necesidad de este tipo de aproximación está bien documentada (Downing *et al.*, 2001; Moss, 2002b; Pahl-Wostl, 2002b; Pahl-Wostl y Hare, 2004; Parker *et al.*, 2002; Rotmans y Dowlatabadi, 1997), sin embargo todavía se está muy lejos de la puesta en práctica de herramientas de gestión que tengan en cuenta la complejidad de la interacción humano-tecnología-entorno (Pahl-Wostl, 2002a)

El caso de la gestión doméstica del agua representa un caso paradigmático de sistema que presenta comportamiento complejo y con este tipo de interacción. Mientras que su gestión se ha basado históricamente en políticas del lado de la oferta, centradas en satisfacer el abastecimiento de la demanda, que a su vez depende de un sistema socio-económico y tecnológico percibido como una condición de contorno exógena, hoy en día se está produciendo un cambio de paradigma en la concepción de su gestión. Las políticas de oferta, caracterizadas por un impacto ecológico y económico brutal, están perdiendo importancia frente al éxito que determinadas políticas de demanda están teniendo lugar en California o Australia. La demanda ha dejado de ser un valor para ser simplemente estimado y se presenta ante los diferentes *stakeholders* como una oportunidad para hacer políticas de gestión.

Este cambio de paradigma, en nuestra opinión, exige también un cambio en las herramientas de ayuda a la decisión. Mientras la demanda ha sido una condición exógena del modelo, muchas

---

\* Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en los proyectos de investigación financiados por el Ministerio de Educación y Ciencia con referencias DPI2004-06590 y DPI2005-05676, titulados “Integración empresarial y gestión de la cadena de suministro basada en sistemas multiagente” y “Simulador basado en agentes para la gestión del agua en espacios metropolitanos”.

de las técnicas de estimación se han basado en sistemas de predicción sin teoría, en mero ajuste predictivo pero sin proporcionar conocimiento de la estructura, y sin ella la dificultad de tomar decisiones. Si se pretende entender los mecanismos y las implicaciones que tienen lugar en las dimensiones sociales y de cambio tecnológico, es necesario representarlas explícitamente en los modelos. Es necesario representar la dimensión humana y cierto nivel de cognición.

Una vez que la relevancia de incluir la dimensión social en los modelos ha sido justificada, es necesario responder una pregunta más operativa, ¿cómo incluirla? ¿cómo crear modelos que de forma explícita recojan la multidimensionalidad de los factores con influencia en la demanda de agua? (algunos de ellos dependientes de factores espaciales y que además no dependen de la misma forma con cada actor participante en el sistema) ¿cómo hacer *Integrated Assessment*? ¿cómo hacer predicción con teoría? Nuestra propuesta es a través del modelado basado en agentes.

## 2. Modelado basado en agentes

En este trabajo utilizamos el modelado basado en agentes (ABM) como vehículo de integración de submodelos con influencia en la demanda doméstica de agua. Este tipo de abstracción es atractiva por diversas razones; por ejemplo, conduce a descripciones más naturales del sistema de estudio, permite modelar heterogeneidad, facilita la representación explícita del entorno y de los agentes que interactúan con él, permite el estudio bidireccional de las relaciones entre individuos y grupos, permite capturar el comportamiento emergente (ver Epstein (1999), Axtell (2000), Bonabeau (2002)). Cualquiera de estas razones justificaría su uso como herramienta de modelado, pero quizá una de las razones que, en nuestra opinión, más aproximan la metodología al marco del *Integrated Assessment* es la capacidad potencial que tiene el ABM para integrar múltiples dimensiones de decisión a través del individuo, a través del agente.

En particular en nuestro caso, hemos integrado y adaptado diferentes submodelos sociales –de dinámicas urbanas, de difusión tecnológica y de opinión, y de consumo de agua– en un modelo basado en agentes que a su vez enlazamos con un sistema de información geográfico (SIG). El resultado es un entorno computacional programado para realizar la simulación de políticas de demanda de agua en distintos escenarios.

## 3. Integración de modelos

El modelo general que presentamos es una aproximación híbrida compuesta por un submodelo estadístico de caracterización del comportamiento de consumo de los individuos acoplado con un modelo basado en agentes que integra, a su vez, un modelo de dinámica urbana y dos modelos de difusión (Figura 1).

El modelo de dinámica urbana está basado en la hipótesis de *estrés-resistencia* (Benenson, 2004) y lo hemos adaptado para integrarlo con sistemas de información geográfica.

Para modelar la difusión de opinión incluimos un modelo de difusión estocástico reversible basado en el modelo de Young (1998) y adaptado por Edwards et al. (2005). Hemos incorporado la posibilidad de mecanismos de *endorsement* para evaluar el efecto de la heterogeneidad de objetivos, motivaciones e influencias en la población.

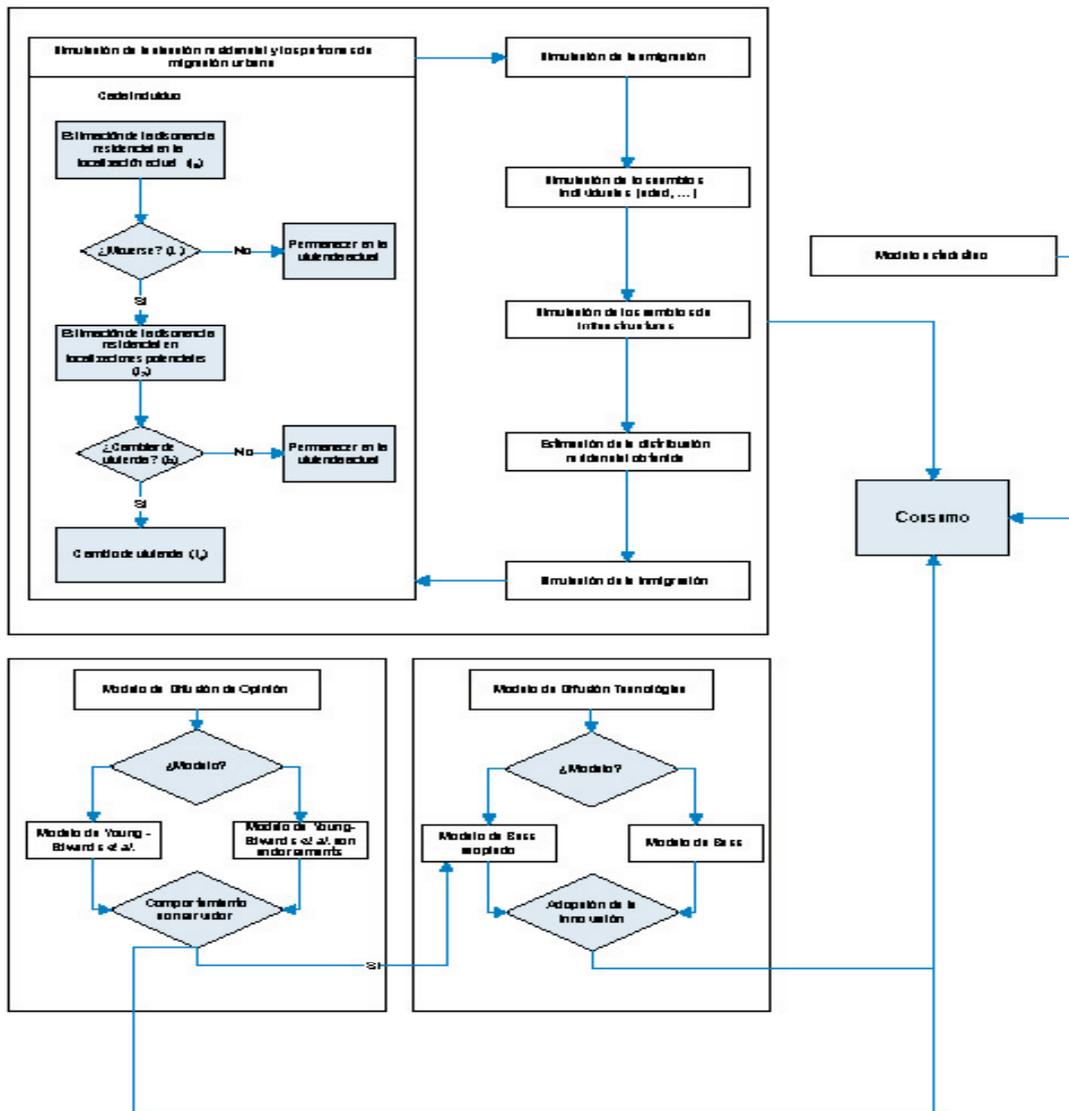


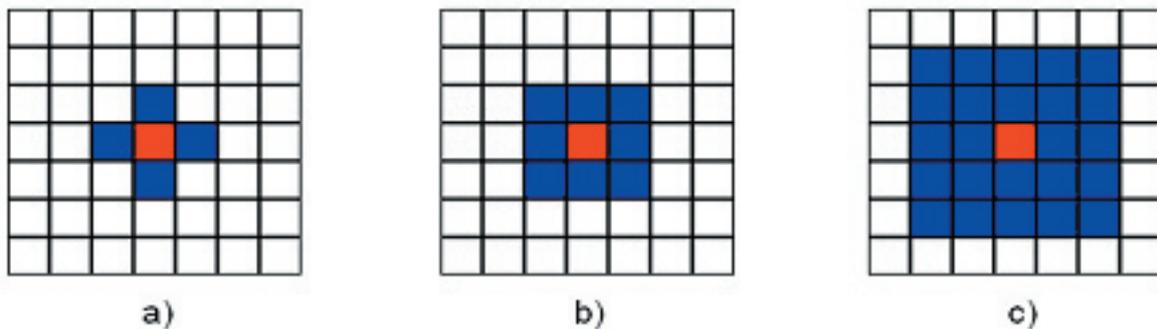
Figura 1. Esquema sintetizado del modelo integrado.

Integramos también un modelo de difusión tecnológica no reversible. Para ello, adaptamos el modelo de Bass (1969), en ecuaciones diferenciales, para acoplarlo como modelo basado en agentes con la dinámica del modelo general. Hemos efectuado la integración en dos versiones: como modelo desacoplado e independiente, y como modelo acoplado al modelo de difusión de opinión.

### 3.1. Modelo de dinámica urbana

Para modelar el efecto del cambio territorial en el consumo de agua hemos incluido una adaptación del modelo de Benenson (1998; 1999). Este modelo opera en una estructura de dos capas. La primera capa, la infraestructura de las viviendas de las ciudades, representa las propiedades de las viviendas urbanas. La segunda capa, la capa de agentes, representa ciudadanos individuales de los que se refleja su movimiento migratorio. A los agentes se les dota de la posibilidad de estimar el estado de la ciudad en sus dos capas y de tomar decisiones de acuerdo a información que obtienen en tres niveles de organización urbana

El modelo de Benenson se basa fuertemente en un tipo de modelos *bottom-up* utilizados en las ciencias sociales: en los modelos de autómatas celulares. La razón más importante de su uso es que los autómatas celulares se pueden concebir como sistemas multiagente basados en estructuras de interacción local (Flache y Hegselmann, 2001). Sin embargo, muchos científicos consideran esta aproximación excesivamente abstracta y demasiado idealizada para modelar procesos sociales realistas. Precisamente una de las hipótesis más criticables de los sistemas basados en autómatas celulares es la utilización de estructuras regulares. En particular, la aproximación habitual es la utilización de grids rectangulares<sup>1</sup> (Figura 2), que implícitamente implican homogeneidad geográfica en todos los puntos del espacio. Esta hipótesis no parece excesivamente apropiada en los casos en los que el objetivo del modelo es precisamente captar la heterogeneidad espacial.



**Figura 2.** La vecindad se refiere al conjunto de celdas con las que otra celda interactúa. Existen dos tipos de vecindades rectangulares clásicas, la vecindad de Von Neumann y la vecindad de Moore. En la vecindad de Von Neumann a), cada celda interactúa con sus cuatro vecinos más cercanos al norte, sur, este y oeste. En la vecindad de Moore b) también se incluyen las celdas diagonales más cercanas. La figura c) muestra una vecindad de Moore extendida. La principal diferencia topológica entre estos tipos de vecindades es la transitividad.

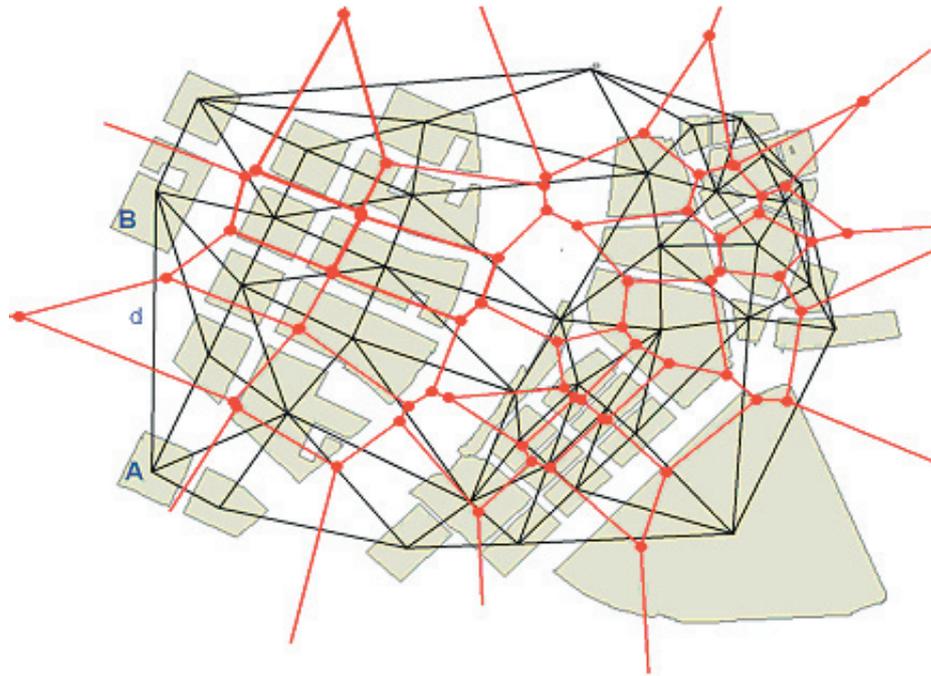
En nuestro modelo partimos de un modelo definido como un autómata regular como es el modelo de Benenson, sin embargo realizamos una adaptación del modelo mediante los conceptos asociados a la teselación de Voronoi (Okabe *et al.*, 1992) (ver ecuación (1)). Esta aproximación es relativamente frecuente para modelar estructuras reticulares irregulares (Benenson *et al.*, 2002; Flache y Hegselmann, 2001; Halls *et al.*, 2001; O'Sullivan, 2001).

Sea  $S = \{p_1, \dots, p_n\}$  un conjunto de  $n$  puntos generadores en el plano. Se define celda de Voronoi  $V(p_i)$  de un punto  $p_i \in S$  como:

$$V(p_i) \equiv \{q \in \mathbb{R}^2 : d(p_i, q) \leq d(p_j, q), i \neq j\} \quad (1)$$

donde  $d(p, q)$  denota la distancia euclídea ordinaria entre los puntos  $p$  y  $q$ .

La idea es la siguiente: puesto que la estructura geográfica del modelo está importada de un SIG, para evitar tener que hacer la hipótesis de regularidad, consideramos los puntos generadores de las celdas de Voronoi a los centroides de los bloques de viviendas (manzanas) importados del sistema. Diremos que dos manzanas son vecinas si comparten un lado de Voronoi. Además exigiremos una segunda condición, los centroides han de estar a una distancia menor de un determinado umbral máximo para que se les pueda considerar vecinos. Esta condición adicional se incluye para evitar efectos esquina de cierre de grafo, que pueden situar como vecinos a viviendas espacialmente muy lejanas (Figura 3).



**Figura 3.** La figura muestra en verde la superficie que representa un conjunto dado de bloques de viviendas importadas de un SIG. Las líneas negras representa la triangulación asociada de Delaunay, donde los nodos son los centroides de las manzanas y los puntos generadores de la partición de Voronoi. Las celdas de Voronoi resultantes se representan con la malla roja. A pesar de que los Bloques A y B serían considerados vecinos puesto que sus celdas asociadas comparten un lado de Voronoi, si la distancia  $d$  que se para sus centros es superior a un cierto umbral no se consideran vecinos.

Este proceso nos permite adaptar modelos definidos sobre autómatas regulares a capas irregulares como las importadas típicamente por un SIG. Además, hemos tenido que realizar una generalización del concepto de vecindad de Benenson. En su modelo cada celda representa una vivienda, sin embargo en el nuestro cada celda representa un bloque de viviendas. Definimos entonces vecindad de una vivienda como el conjunto de viviendas en su bloque (excluyendo la propia vivienda) más el conjunto de viviendas contenidas en las celdas adyacentes del diagrama de Voronoi asociado que cumplen la restricción de una distancia entre sus puntos generadores inferior un determinado umbral.

En el mismo modelo se asume que la probabilidad de cambiar de vivienda aumenta y la de ocupar otra nueva decrece con el aumento de la disonancia residencial de los agentes. Puesto que el modelo adaptado no depende sólo de variables económicas, sino que se concibe como dependiente de varios factores de influencia, en el modelo consideramos independientemente la disonancia individual de cada factor y agregamos cada una de ellas para obtener la disonancia residencial total. En concreto se calculan tres factores de disonancia. Dos de ellos son factores de disonancia agente-vecindad (nacionalidad y nivel cultural) y el tercer factor es un factor de disonancia agente-vivienda (riqueza del agente-valor de la vivienda).

### 3.2. Modelo de difusión de opinión

El modelo de difusión incluido está inspirado en el modelo de sociología de difusión de la innovación de Young (1999) adoptado y adaptado por Edwards *et al.* (2005) en el mismo contexto de aplicación. Pero en nuestro caso está ligeramente modificado para incluir mayor heterogeneidad de comportamientos individuales frente a la presión social, como detallaremos a continuación.

El modelo considera  $N$  agentes que han de decidir entre dos comportamientos a lo largo del tiempo, el comportamiento  $S$  (solidario respecto al consumo) y el comportamiento  $NS$  (no solidario). Cada agente  $A$  posee una red social  $V(A)$ . En nuestro modelo la red social del agente  $A$  que ocupa la vivienda  $H_{ij}$  se construye con los agentes que ocupan las viviendas en  $U(H_{ij})$ , por tanto el número de vínculos sociales varía de un agente a otro.

La elección de adoptar un comportamiento  $S$  o  $NS$  recae en una función de utilidad que depende del comportamiento actual del agente, del comportamiento mayoritario de su red social y de la información pública. Para tener en cuenta la variabilidad individual, al igual que en Young (1999) y en Edwards *et al.* (2005), se introduce una respuesta estocástica en el modelo.

El modelo de Young-Edwards hace una hipótesis implícita de homogeneidad al considerar que todos los agentes están influenciados de la misma forma en el modelo y que es simplemente el contexto (y una función de aleatorización de la respuesta) lo que determina su comportamiento. Esta hipótesis es relajada por diferentes autores (Barthélemy, 2006; Benenson y Torrens, 2004) que demuestran la influencia que puede tener en el comportamiento global del sistema si incluimos diferentes proporciones de individuos influenciados por distintos motivos.

La representación del proceso del modelo adaptado para relajar esta hipótesis se basa en el mecanismo de *endorsement* propuesto por Cohen (1985) y utilizado ocasionalmente en modelos de simulación social (Moss, 2002a; Moss, 1998; Pajares *et al.*, 2004; Pajares *et al.*, 2003). En el modelo, los agentes toman decisiones de acuerdo a la percepción subjetiva de una situación, y es precisamente esa subjetividad la que se implementa mediante el mecanismo.

Los diferentes *endorsements* que determinan el valor subjetivo de cada agente se clasifican en función de la importancia, y por tanto influencia, que tenga para cada agente el origen de la información. De esta forma, los términos de las funciones de utilidad se modifican en función de los pesos que dé cada agente a sus fuentes. Esta idea contrasta levemente con la utilización habitual del mecanismo de *endorsements* como alternativa a los sistemas basados en funciones de utilidad, puesto que en nuestro caso la complementa y no la sustituye.

### 3.3. Modelo de difusión de tecnológica

La aproximación que hemos decidido utilizar para incorporar un modelo de difusión tecnológica es la de integrar el modelo de Bass. Las razones de elegir este modelo son básicamente dos: se trata de un modelo relativamente sencillo de entender con parámetros con cierta significación real, y es quizá el modelo de difusión de la innovación y la tecnología más utilizado y con buenos resultados del mundo (Ilonen *et al.*, 2006; Meade y Islam, 2006).

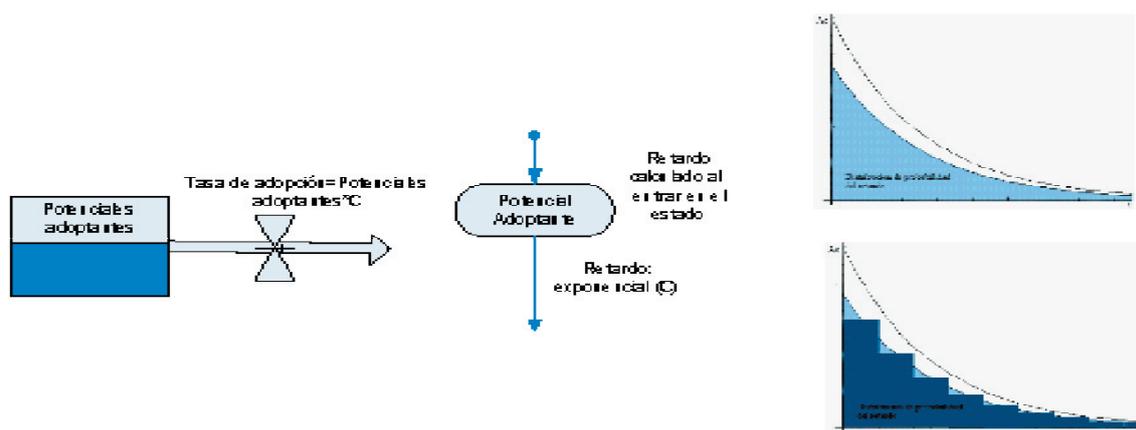
Sin embargo, el modelo de Bass es un modelo en ecuaciones diferenciales que estudia variables agregadas y continuas, justo lo contrario de los modelos basados en agentes. Es decir, tendremos que adaptarlo para permitir la integración. Los modelos basados en agentes frente a las aproximaciones en ecuaciones diferenciales, son esencialmente descentralizados. No se define el comportamiento global del sistema mediante la evolución de las variables agregadas, sino que se define el comportamiento del sistema a nivel del individuo y se deja que el comportamiento global de las variables agregadas emerja. Por tanto, en el proceso de adaptación, el comportamiento del modelo se deberá definir desde el individuo.

Para realizar este proceso, aprovechamos el marco general propuesto por Borshchev y Filippov (2004) para transformar modelos expresados mediante dinámica de sistemas en modelos basados en agentes. La idea general de este proceso se basa en “discretizar” las variables que simulan

los niveles en los modelos de dinámica de sistemas y representar los saltos entre niveles como cambios de estado en cada una de las “partes discretas” de las variables.

A pesar del indudable interés y utilidad de esta adaptación inspirada por Borshchev y Filippov (2004), la posibilidad de integrarla directamente en el modelo general pasa por adaptar los niveles temporales del submodelo. Conviene tener en cuenta que la transición entre los estados propuesta es asíncrona; es decir, los retardos asociados a la transición se calculan en el cambio de estado. En este caso no tiene sentido la noción de paso de tiempo en el modelo. Esto contrasta con la filosofía del resto del modelo, en la que cada decisión se realiza cada *tick* de tiempo  $dt$ , y dificulta su adaptación.

En el modelo de Bass la tasa es proporcional al valor del nivel y por tanto implica un retardo modelado como una función exponencial. El proceso de adaptación que hemos incluido se basa en aproximar la función de distribución de probabilidad exponencial del modelo continuo, a su aproximación discreta en función del tamaño del *tick*. Esta aproximación es tanto mejor cuanto menor es el paso del *tick*, como cabría esperar por otro lado (Figura 4). Al hacer esto, conseguimos pasar el modelo a síncrono, evaluando en cada iteración el cambio de estado de cada agente para comprobar si la realización propia de la función exponencial pertenece al intervalo discreto de tiempo.



**Figura 4.** Correspondencia entre un proceso de dinámica de sistemas y modelo de estados para modelar con agentes en el caso de una tasa proporcional al nivel. En la parte de la derecha arriba, se muestra la aproximación asíncrona del modelo, en la parte de la derecha se muestra la función de distribución con nuestra aproximación síncrona para un *tick* dado.

#### 4. Conclusiones

En este trabajo demostramos que el modelado basado en agentes combinado con la información disponible en sistemas de información geográficos permite generalizar modelos abstractos definidos sobre estructuras de autómatas celulares regulares, a modelos más realistas sobre infraestructuras basadas en teselaciones irregulares. Además, como paradigma integrador, el modelado basado en agentes, al menos en algunos casos, permite incorporar modelos de diferentes procedencias, incluso los procedentes de modelos en ecuaciones diferenciales.

#### Referencias

Axtell, R.L. (2000). Why Agents? On the Varied Motivations for Agent Computing in the Social Sciences. En Proceedings of the Workshop on Agent Simulation: Applications, Models, and

Tools. (ed. Macal,C.M. y Sallach,D.), pp. 3-24. Argonne National Laboratory.

Barthélemy, O. Untangling Scenario Components with Agent Based Modelling: an Example of Social Simulations of Water Demand Forecasts. 2006. Manchester, UK, Manchester Metropolitan University.

Benenson, I. (1998). Multi-Agent Simulations of Residential Dynamics in the City. *Computing, Environment and Urban Systems*, Vol. 22, No. 1, pp. 25-42.

Benenson, I. (1999). Modeling population dynamics in the city: from a regional to a multi-agent approach. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, Vol. 3, pp. 149-170.

Benenson, I. (2004). Agent-Based Modeling: From Individual Residential Choice to Urban Residential Dynamics. En *Spatially Integrated Social Science: Examples in Best Practice*. (ed. Goodchild,M.F. y Janelle,D.G.), pp. 67-95. Oxford University Press.

Benenson, I.; Omer, I.; Hatna, E. (2002). Entity-based modeling of urban residential dynamics: the case of Yaffo, Tel Aviv. *Environment & Planning B: Planning & Design*, Vol. 29, No. 4, pp. 491-512.

Benenson, I.; Torrens, P.M. (2004). *Geosimulation: automata-based modeling of urban phenomena*. John Wiley and Sons.

Bonabeau, E. (2002). Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 99, No. 2, pp. 7280-7287.

Borshchev, A.; Filippov, A. (2004). From System Dynamics and Discrete Event to Practical Agent Based Modeling: Reasons, Techniques,Tools. En *Proceedings of the 22nd International Conference of the System Dynamics Society*. (ed. Kennedy,M., Winch,W.G., Langer,R.S., Rowe,J.I., y Yanni,J.M.), Systems Dynamics Society.

Cohen, P.R. (1985). *Heuristic Reasoning about Uncertainty: an Artificial Intelligence Approach*. Pitman Advanced Publishing Program.

Downing, T.E.; Moss, S.; Pahl-Wostl, C. (2001). Understanding climate policy using participatory agent-based social simulation. En *Multi-Agent-Based Simulation: Second International Workshop, MABS 2000, Boston, MA, USA, July. Revised and Additional Papers, Lecture Notes in Artificial Intelligence 1979*. (ed. Moss,S. y Davidsson,P.), pp. 198-213. Springer-Verlag.

Edwards, M.; Ferrand, N.; Goreaud, F.; Huet, S. (2005). The relevance of aggregating a water consumption model cannot be disconnected from the choice of information available on the resource. *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 13, No. 4, pp. 287-307.

Epstein, J.M. (1999). Agent-based computational models and generative social science. *Complexity*, Vol. 4, No. 5, pp. 41-60.

Flache, A.; Hegselmann, R. (2001). Do Irregular Grids make a Difference? Relaxing the Spatial Regularity Assumption in Cellular Models of Social Dynamics. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 4, No. 4.

Halls, P.J.; Bulling, M.; White, P.C.L.; Garland, L.; Harris, S. (2001). Dirichlet neighbours:

Revisiting Dirichlet tessellation for neighbourhood analysis. *Computers, Environment and Urban Systems*, Vol. 25, No. 1, pp. 105-117.

Hegselmann, R.; Flache, A. (1998). Understanding Complex Social Dynamics: A Plea For Cellular Automata Based Modelling. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 1, No. 3.

Ilonen, J.; Kamarainen, J.K.; Puumalainen, K.; Sundqvist, S.; Inen, H. (2006). Toward automatic forecasts for diffusion of innovations. *Technological Forecasting & Social Change*, Vol. 73, pp. 182-198.

Meade, N.; Islam, T. (2006). Modelling and forecasting the diffusion of innovation - A 25-year review. *International Journal of Forecasting*, Vol. 22, No. 3, pp. 519-545.

Moss, S. (2002b). Agent Based Modelling for Integrated Assessment. *Integrated Assessment*, Vol. 3, No. 1, pp. 63-77.

Moss, S. (1998). Critical Incident Management: An Empirically Derived Computational Model. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 1, No. 4.

Moss, S. (2002a). Policy analysis from first principles. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 99, pp. 7267-7274.

O'Sullivan, D. (2001). Exploring spatial process dynamics using irregular cellular automaton models. *Geographical Analysis*, Vol. 33, No. 1, pp. 1-18.

Okabe, A.; Boots, B.N.; Sugihara, K. (1992). *Spatial tessellations: concepts and applications of Voronoi diagrams*. John Wiley & Sons.

Pahl-Wostl, C. (2002a). Towards sustainability in the water sector - The importance of human actors and processes of social learning. *Aquatic Sciences*, Vol. 64, No. 4, pp. 394-411.

Pahl-Wostl, C. (2002b). Agent Based Simulation in Integrated Assessment and Resources Management. En *Proceedings iEMSs 2002 Integrated Assessment and Decision Support 2*. pp. 239-245.

Pahl-Wostl, C.; Hare, M. (2004). Processes of social learning in integrated resources management. *Journal of Community and Applied Social Psychology*, Vol. 14, No. 3, pp. 193-206.

Pajares, J.; Hernández, C.; López-Paredes, A. (2004). Modelling Learning and R&D in Innovative Environments: a Cognitive Multi-Agent Approach. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 7, No. 2. <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/7/2/7.html>

Pajares, J.; López-Paredes, A.; Hernández, C. (2003). Industry as an organisation of agents: Innovation and R&D management. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, Vol. 6, No. 2. <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/6/2/7.html>

Parker, P.; Letcher, R.; Jakeman, A.; Beck, M.B.; Harris, G.; Argent, R.M.; Hare, M.; Pahl-Wostl, C.; Voinov, A.; Janssen, M. et al. (2002). Progress in integrated assessment and modelling. *Environmental Modelling and Software*, Vol. 17, No. 3, pp. 209-217.

Rotmans, J.; Dowlatabadi, H. (1997). Integrated Assessment Modeling. En *Human Choice and*

Climate Change. Vol. 3, The Tools for Policy Analysis. (ed. Rayner, S. y Malone, E.L.), pp. 291-377. Battle Press.

Wolfram, S. (2002). A new kind of science. Wolfram Media.

Young, H.P. (1999). Diffusion in Social Networks. CSED Working Paper, Vol. N° 2.