

## **Una aproximación generativa a la relación entre el volumen negociado, el precio, la rentabilidad y la volatilidad de los activos financieros**

**José A. Pascual<sup>1</sup>, Javier Pajares<sup>1</sup>, Adolfo López<sup>1\*</sup>.**

<sup>1</sup> Dpto. de Organización de Empresas y CIM. E. Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Universidad de Valladolid. Paseo del Cauce s/n 47011. Valladolid. [pascual@eis.uva.es](mailto:pascual@eis.uva.es), [pajares@eis.uva.es](mailto:pajares@eis.uva.es), [adolfo@insisoc.org](mailto:adolfo@insisoc.org)

**Palabras clave:** mercados financieros artificiales, relaciones precio-volumen-volatilidad

### **Resumen**

*La relación entre el volumen de negociación, los precios, las rentabilidades, etc., de los activos financieros es compleja, pero su apropiado entendimiento puede influir en gran medida en el desarrollo de teorías financieras. A lo largo del último medio siglo, se han realizado diferentes trabajos en esta línea, pero la falta de consenso en algunas de las relaciones, nos lleva a proponer en este artículo su estudio empleando como herramienta de análisis la metodología de simulación basada en agentes. Con ella podremos recrear diferentes escenarios para reproducir los comportamientos observados en los mercados financieros.*

### **1. Introducción**

Tras estudios previos centrados en el análisis de algunos de los patrones estadísticos representativos de los mercados financieros reales, tales como el comportamiento I(1) (Integrada de primer orden) de las series de precios, el exceso de curtosis en los rendimientos y la volatilidad clustering, (ver Pascual *et al* 2006, 2007), se procede en este trabajo a estudiar la presencia de otra de las regularidades propias del comportamiento agregado de los mercados financieros, como es la correlación entre el volumen de negociación, precios, rentabilidades y la volatilidad.

La relación entre el volumen de negociación, los precios, rentabilidades, etc., de los activos financieros es compleja, pero su apropiado entendimiento puede influir en gran medida en la aplicabilidad de algunas de las teorías financieras. Durante las últimas décadas, numerosos han sido los trabajos, de carácter predominantemente empírico, encaminados a dar respuesta a las anteriores relaciones, pero la falta de consenso en algunas de ellas nos ha llevado a plantear la aproximación generativa para abordar el estudio de este tema, mediante la simulación basada en agentes de un mercado financiero.

De este modo el artículo que nos ocupa, en lo que sigue, ha sido estructurado de acuerdo al esquema que pasamos a detallar. En primer, tras un breve repaso de algunos de los trabajos

---

\* Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia con referencia DPI2005-05676, titulado "SIGAME: SIMULADOR BASADO EN AGENTES PARA LA GESTIÓN DEL AGUA EN ESPACIOS METROPOLITANOS".

previos sobre el tema, y una vez recogidas las conclusiones aportadas por los mismos, veremos que la ausencia de un acuerdo común en determinados resultados, estimula la búsqueda de nuevas vías de estudio que aporten nuevos resultados, lo cual nos conduce a proponer la simulación basada en agentes. Seguidamente, describiremos la metodología empleada en este análisis, junto con algunas de las técnicas de estudio, que darán paso a la siguiente sección en la que se recogen los resultados obtenidos.

## 2. Antecedentes históricos y motivación

Desde los trabajos pioneros de Osborne (1959), en los que los cambios en los precios de los activos financieros eran modelados de acuerdo una distribución lognormal con varianza dependiente del volumen negociado, han sido numerosos los estudios sobre la relación empírica entre los precios de los activos financieros, y el volumen negociado de los mismos.

Epps (1975, 1977) y Karpoff (1987), recogen los análisis previos de los principales autores sobre el tema en cuestión, así como sus conclusiones más relevantes. De las que se desprende que la mayoría de los autores apoyan la existencia de una correlación contemporánea positiva entre el volumen de negociación de los activos y el valor absoluto de los cambios en los precios de los mismos. Estos estudios se realizaron para diferentes intervalos temporales, y para mercados de activos y de futuros. Aunque la correlación era en muchas ocasiones débil, especialmente con datos de transacciones. La debilidad en la correlación, sin embargo, puede atribuirse al hecho de que la venta en corto es normalmente más difícil que la compra de un activo. Esta asimetría ocasiona menor volumen de acuerdo con las reducciones de precio.

Muchos agentes financieros creen que el volumen es grande cuando el mercado crece, y pequeño cuando decrece. Karpoff (1987) demostró que el ratio de volumen frente a cambio en los precios en valor absoluto era mayor para transacciones *upticks* que para las *downticks*, pero otros autores encontraron evidencia contraria.

Copeland (1976) y Lakonishok y Levy (1982) entre otros, van más allá de la relación contemporánea y buscan la existencia de una relación no contemporánea entre los incrementos de los precios y el volumen negociado, a través de diferentes contrastes de causalidad. Se busca establecer la relación entre los rendimientos pasados y el volumen tanto presente como futuro, o al revés, con un doble objetivo: establecer predicciones y, quizá más importante obtener un mejor entendimiento del comportamiento de los mercados financieros.

A este respecto, algunos autores sostienen que aumentos en el volumen transado, por motivos de especulación, provocan una mayor volatilidad en los precios. De modo que, se puede establecer una relación causa efecto, entre el volumen y los rendimientos. Otros, sin embargo, establecen la relación contraria, siendo los rendimientos pasados los causantes del incremento en el volumen, y no al revés. Estos últimos, sostienen que aumentos en la volatilidad provocan una mayor negociación de manera que se aumenta la liquidez.

Los estudios anteriores de Karpoff (1987), y de otros, recurren a analizar la relación existente entre los cambios en los precios y el volumen de negociación *per se*, usando principalmente índices de precios. Los resultados aunque diferentes, desprenden una relación positiva.

La asociación entre la volatilidad y el volumen fue analizada por Karpoff (1987), Brock y LeBaron (1996) entre otros. Recientemente, modelos de series temporales estocásticas de heterocedasticidad condicional han sido aplicados para analizar esta relación (ver por ejemplo

Lamoureux y Lastrapes 1990). En su mayoría concluyen que hay evidencia de fuerte relación entre el volumen y la volatilidad.

Desde la publicación del trabajo de Karpoff (1987), la relación existente entre el volumen de negociación y la volatilidad sigue siendo un tema de actual controversia. Existen básicamente dos teorías que explican la evidencia empírica sobre la existencia de correlación positiva entre el volumen de negociación y volatilidad en los precios.

La primera de éstas (Clark 1973) se basa en *Mixture of Distribution Hypothesis*. Según esta teoría, volumen y volatilidad dependen conjuntamente de una variable, que puede interpretarse como la cuantía de información que fluye al mercado, de forma que ambas cambian contemporáneamente frente a esta variable. La otra, se basa en los *Sequential Information Models* de Copeland (1976), que suponen la existencia de una serie de equilibrios intermedios a lo largo del día y que el equilibrio observado a final del día es el resultado de la evolución de los primeros.

En este artículo se analiza un aspecto, aún no tratado en otros trabajos, al menos hasta donde llega nuestro conocimiento. En concreto la influencia de la composición del mercado, entendida esta como la proporción de agentes con un determinado comportamiento en el mismo sobre las citadas relaciones.

Por lo tanto, en el estudio del comportamiento de los mercados entendemos que se pueden plantear dos enfoques complementarios, uno eminentemente empiricista o descriptivo en el que se atiende principalmente al estudio de las características, propias de las series financieras, correlaciones entre variables, relaciones de adelanto-retraso (“lead and lag”), etc. y de otra parte un enfoque experimental o generativo, en la que se busca el entendimiento del comportamiento a nivel agregado del mercado partiendo del comportamiento individual de los agentes que lo integran.

### **3. Metodología.**

En primer lugar queremos contrastar la influencia de la presencia de diferentes tipos de agentes con el comportamiento de los mercados a nivel agregado. En Pascual *et al* (2006, 2007) vimos que existía una relación entre la composición del mercado y los principales patrones estadísticos de comportamiento observados en los mercados reales: comportamiento integrado de orden 1 de las series de precios cuando en el mercado coexistían agentes técnicos y fundamentales; presencia de clusters de volatilidad cuando eran los agentes psicológicos los que compartían mercado con los fundamentales.

En este estudio queremos profundiza un poco más y analizar la influencia de la composición del mercado en las relaciones entre las series de precios, volúmenes y volatilidades, pero no profundizaremos en el modelo, pues el mismo se encuentra ya desarrollado en los artículos anteriormente mencionados (Pascual *et al* 2006, 2007).

En particular analizaremos qué ocurre en el mercado, (relaciones precio-volumen, rendimiento-volumen, y volatilidad-volumen) a medida que la proporción de agentes técnicos aumenta con respecto a la situación de partida, en la que el mercado está constituido en su totalidad por agentes fundamentales, y posteriormente analizaremos que ocurre cuando sean los psicológicos los que irrumpen en el mercado junto a los fundamentales.

### 3.1. Muestras y Datos.

El conjunto de datos analizados en este trabajo está compuesto por las series: precios de mercado y volumen de negociación obtenidos a través de la simulación de diferentes composiciones de mercado con el modelo ISS-ASM, desarrollado por el grupo InSiSoc de la Universidad de Valladolid. Para obtener más información sobre el modelo ver Pascual *et al* (2006, 2007).

Como *proxy* de la volatilidad empleamos el cuadrado de los rendimientos diarios.

El estudio comprende 10000 datos obtenidos tras dejar evolucionar el sistema 150000 periodos. Los resultados mostrados son los valores medios tras realizar diferentes simulaciones con distintas semillas aleatorias.

### 3.2. Análisis de Correlaciones Cruzadas.

En primer lugar se analizará la relación entre los precios y el volumen, los cambios en los precios (mediante el rendimiento) y el volumen y por último entre el volumen y la volatilidad, calculando simplemente los coeficientes de correlación cruzada (Corr)

- $\text{Corr}[P_t, V_t] = \text{Cov}[P_t, V_t] / (\text{SD}[P_t] * \text{SD}[V_t])$
- $\text{Corr}[R_t, V_t] = \text{Cov}[R_t, V_t] / (\text{SD}[R_t] * \text{SD}[V_t])$
- $\text{Corr}[SR_t, V_t] = \text{Cov}[SR_t, V_t] / (\text{SD}[SR_t] * \text{SD}[V_t])$

Donde  $P_t$ ,  $V_t$ ,  $R_t$ ,  $SR_t$ , son respectivamente el precio, el volumen negociado, el rendimiento, y el rendimiento al cuadrado en el instante  $t$ , que será utilizado como medida de la volatilidad.  $\text{Cov}$ , denota la covarianza, y  $\text{SD}$ , es la abreviatura de desviación estándar.

Con estos datos elaboraremos unas gráficas de la  $\text{Corr}[P_t, V_{t-j}]$ ,  $\text{Corr}[R_t, V_{t-j}]$ ,  $\text{Corr}[SR_t, V_{t-j}]$ , para analizar la correlación contemporánea entre el precio y distintos retardos y adelantos del volumen, así como del rendimiento y la volatilidad, también para distintos adelantos y retardos del volumen (indicados estos retardos adelantos por el valor de  $j$ ). Esto nos dará información sobre la relación contemporánea de las variables, de la posible existencia de asimetría en la información, etc.

Pero además de esta relación contemporánea entre  $P_t$ ,  $V_t$ ,  $R_t$ ,  $SR_t$ , posteriormente extenderemos el análisis examinando la relación dinámica (causal). Comprobar la causalidad es importante ya que esto puede ayudarnos a comprender mejor la microestructura del mercado y puede tener también implicaciones en otros mercados (opciones, futuros, etc.) Para ello utilizaremos el test de causalidad de Granger.

## 4. Resultados

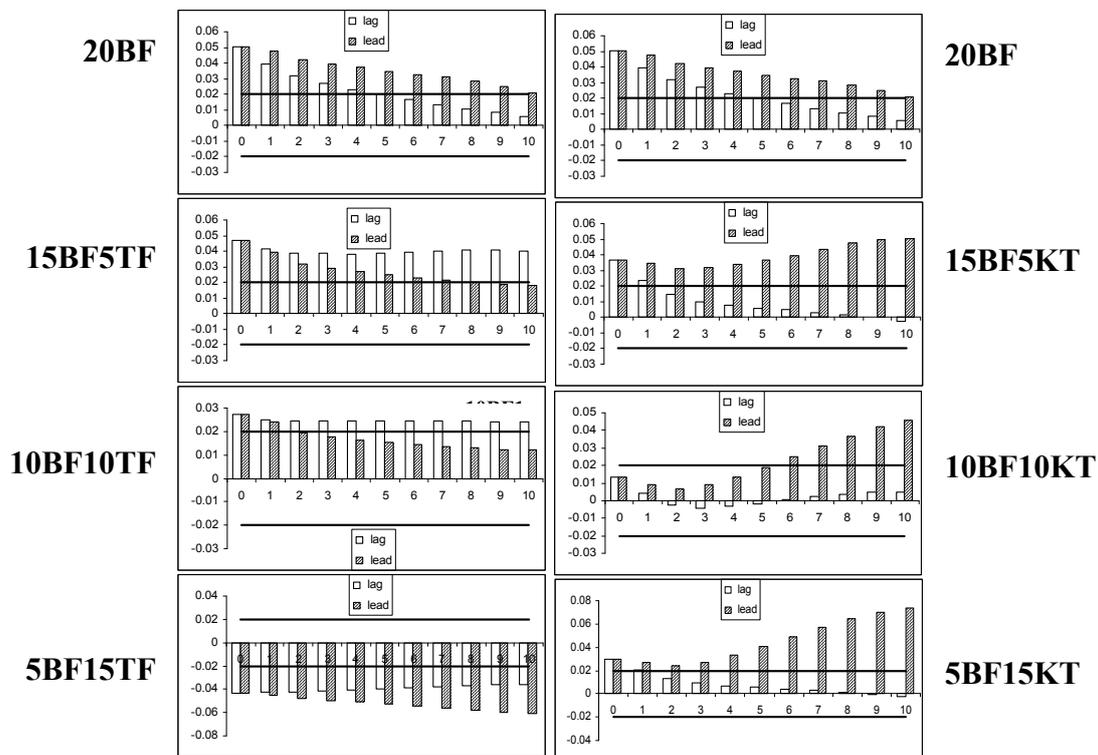
Dado nuestro interés en conocer la relación existente entre la composición del mercado y el comportamiento de las series de precios, volúmenes y volatilidades (relaciones precio-volumen, rendimiento-volumen, y volatilidad-volumen) procederemos a analizar las correlaciones cruzadas entre las variables;  $P_t$ ,  $V_t$ ,  $R_t$ ,  $SR_t$ , para las diferentes composiciones de mercado. Para su mejor estudio utilizamos la representación de las funciones de correlación para diferentes adelantos y retardos.

#### 4.1. Relación precio-volumen

De la figura 1 podemos deducir que para todas las combinaciones de agentes fundamentales y técnicos analizadas, existe una pequeña pero significativa correlación contemporánea entre el precio y el volumen de negociación. La correlación es incluso más débil pero significativa si se toman las correlaciones entre los precios y adelantos y retardos del volumen.

Centrándonos más en las distintas combinaciones:

- Cuando el mercado estaba formado sólo por agentes de tipo fundamental se observa un rápido decaimiento exponencial con el tiempo, en las correlaciones cruzadas tanto para retardos como para adelantos.
- A medida que el número de agentes de tipo técnico aumenta las correlaciones significativas para los retardos pasa a ser prácticamente constante.
- La correlación positiva se vuelve negativa cuando son los agentes técnicos los que están en mayor proporción en el mercado.



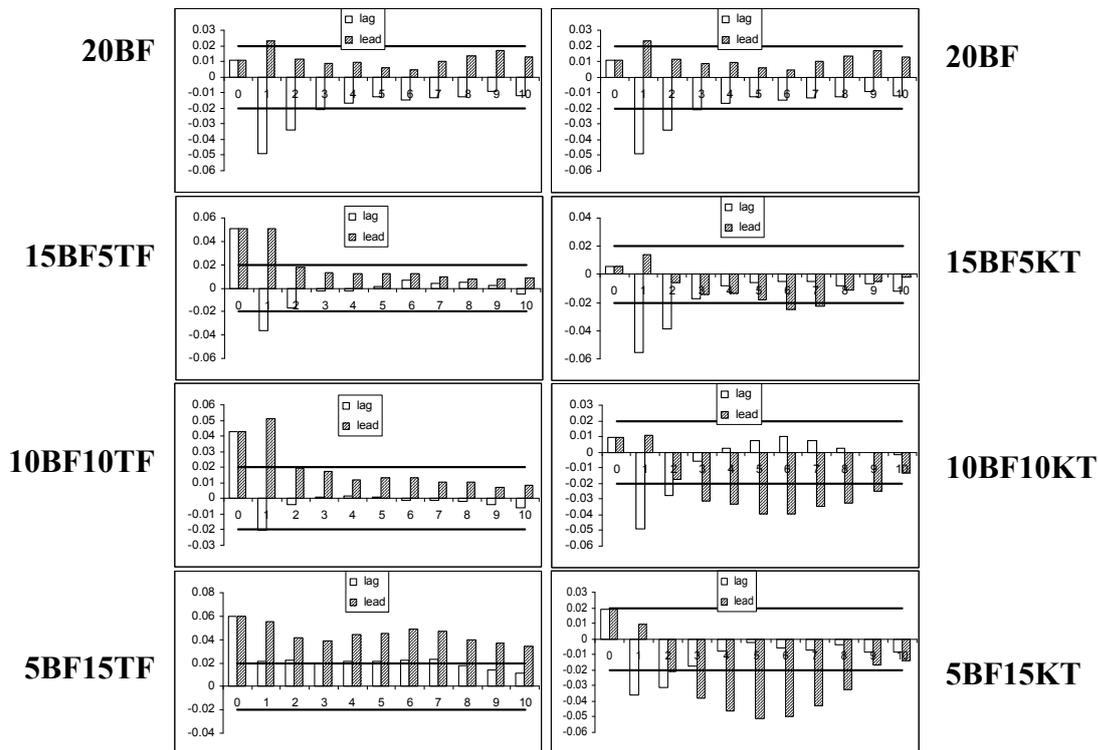
**Figura 1.** Correlaciones cruzadas del Precio con el Volumen para combinaciones de BF y TF (izquierda) y BF y KT (derecha) (Pt, Vt-i) lags, (Pt, Vt+i) leads

Por otro lado, cuando se analiza la presencia de agentes de tipo psicológico, se observa que el decaimiento de los retardos significativos es mucho más rápido, dejando de ser significativos antes, a medida que aumenta la proporción de agentes de este tipo. Con los adelantos ocurre lo contrario, en lugar de ser más rápido el decaimiento, se aprecia que a medida que aumenta la proporción de técnicos, se produce un aumento exponencial en el nivel de significación, aunque dejan de ser prácticamente significativos los primeros adelantos.

#### 4.2. Relación rendimiento-volumen.

De la Figura 2 obtenemos que para 20 agentes tipo fundamentales (BFagents) no hay correlación positiva significativa entre los rendimientos y el volumen negociado. Aunque sí existe una pequeña correlación significativa entre el rendimiento y un adelanto (positiva) y 3 retardos (negativa) del volumen negociado.

Cuando comienzan a intervenir agentes de tipo técnico en el mercado, se aprecia que sí se da la correlación contemporánea significativa positiva entre los rendimientos y el volumen de negociación. Además se sigue verificando la relación aunque débil entre rendimientos y adelantos y retardos del volumen, salvo para el caso de 15 agentes de tipo técnico, en el que los adelantos son, incluso hasta el orden 10, altamente significativos.



**Figura 2.** Correlaciones cruzadas del Rendimiento con el Volumen para combinaciones de BF y TF (izquierda) y BF y KT (derecha) (Rt, Vt-i) lags, (Rt, Vt+i) leads

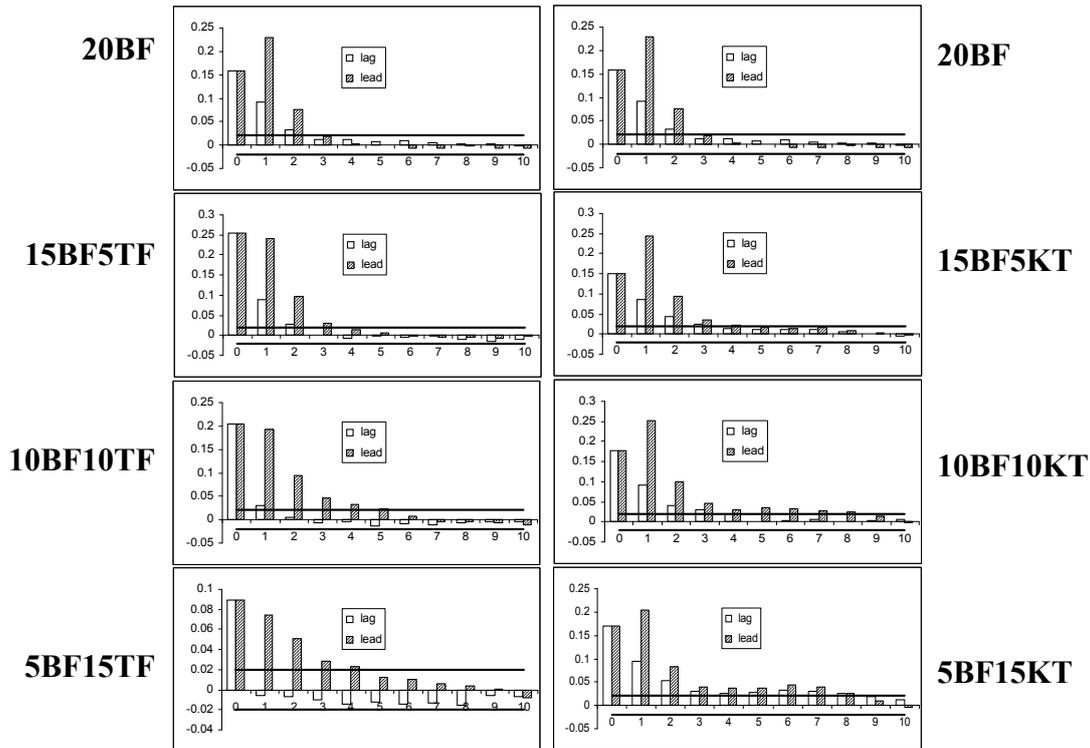
Por el contrario cuando son los psicológicos los que comparten el mercado con los fundamentales, podemos apreciar que la estructura de las correlaciones entre el rendimiento y el volumen para diferentes retardos no se ve afectada por la presencia de estos agentes tipo KT. Sin embargo, los adelantos pasan de estar correlados positivamente aunque no de forma significativa, a estarlo de forma negativa, siendo no significativos cuando son pocos los psicológicos, pero haciéndose cada vez más significativos cuando su proporción aumenta.

#### 4.3. Relación volatilidad-volumen.

La figura 3 indica que existe una relación positiva contemporánea entre el volumen de negociación y la volatilidad para las diferentes combinaciones de agentes fundamentales y técnicos.

Además, existe una relación positiva significativa entre el volumen retardado y la volatilidad cuando todos los agentes son fundamentales o son dominantes, esta significación disminuye a medida que la proporción de técnicos aumenta, llegando incluso a desaparecer cuando estos dominan el mercado. Entre el volumen adelantado y la volatilidad existe una correlación significativa positiva prácticamente independiente de la combinación analizada.

Se aprecia además una clara asimetría en los niveles de significación, en torno al cero, de las correlaciones cruzadas.



**Figura 3.** Correlaciones cruzadas de la Volatilidad con el Volumen para combinaciones de BF y TF (izquierda) y BF y KT (derecha) (SR<sub>t</sub>, V<sub>t-i</sub>) lags, (SR<sub>t</sub>, V<sub>t+i</sub>) leads

La relación positiva contemporánea entre el volumen de negociación y la volatilidad también se aprecia para diferentes combinaciones de agentes fundamentales y psicológicos. Además, la relación positiva significativa entre el volumen retardado y la volatilidad y entre el volumen adelantado y la volatilidad existe independientemente de la combinación analizada, con la única salvedad que el número de adelantos y retardos significativos crece con la proporción de agentes de tipo psicológico.

Además se observa que hay asimetría en la correlación cruzada en torno al cero, como en el caso anterior de los agentes técnicos. Esto concuerda con los resultados obtenidos por Broca y LeBaron (1996).

#### 4.4. Relación causal.

La relación contemporánea entre P y V; R y V, y en especial la de SR y V, nos lleva a pensar si la actividad de negociación puede ser identificada como una fuente potencial de la observada dependencia serial (persistencia) en la volatilidad.

Hasta ahora nos hemos centrado en la relación contemporánea entre  $P_t$ ,  $V_t$ ,  $R_t$ ,  $SR_t$ . Ahora iremos un paso más adelante, y examinaremos la relación dinámica o causal. El procedimiento usado en este estudio comprueba si el volumen precede al precio, a los rendimientos o a la volatilidad, o *viceversa*.

La correlación entre las variables puede ser un primer indicativo de la presencia de causalidad. Investigamos por lo tanto esta hipótesis mediante el Test de causalidad de Granger. Basado en la premisa de que el futuro no puede causar el presente o el pasado.

Las Tablas 1, 2, y 3 presentan los resultados de los tests de relación causal basados en el modelo bivariante antes explicado, junto con los F-estadísticos y los niveles de significación correspondientes. En ellas se indica si existe relación causal o no en la última columna, Yes representa que la relación causal es significativa al 5%.

De la primera de ellas, la Tabla 1, se desprende en primer lugar que, el volumen de negociación es causa-Granger de los precios y viceversa, cuando el mercado está formado sólo por agentes fundamentales o por fundamentales y técnicos. Mientras que cuando en el mercado conviven agentes de tipo psicológico con los fundamentales el volumen no es causa Granger del precio, pero el precio sí es causa-Granger del volumen cuando los psicológicos dominan el mercado o están en igual proporción que los fundamentales.

**Tabla 1.** Test de relación causal entre el volumen y los precios

	Null Hypothesis:	F-Statistic	Probability	Causal Relationship
<b>20BF</b>	V does not Granger Cause P	17.67	0.00	Yes
	P does not Granger Cause V	6.42	0.00	Yes
<b>15BF5TF</b>	V does not Granger Cause P	26.58	0.00	Yes
	P does not Granger Cause V	10.64	0.00	Yes
<b>10BF10TF</b>	V does not Granger Cause P	16.62	0.00	Yes
	P does not Granger Cause V	13.18	0.00	Yes
<b>5BF15TF</b>	V does not Granger Cause P	6.96	0.00	Yes
	P does not Granger Cause V	17.03	0.00	Yes
<b>15BF5KT</b>	V does not Granger Cause P	23.00	0.00	Yes
	P does not Granger Cause V	3.90	0.01	Yes
<b>10BF10KT</b>	V does not Granger Cause P	23.75	0.00	Yes
	P does not Granger Cause V	1.13	0.46	No
<b>5BF15KT</b>	V does not Granger Cause P	19.02	0.00	Yes
	P does not Granger Cause V	1.92	0.13	No

La Tabla 2 por su parte nos indica que el volumen de negociación es causa-Granger de la variación en los precios en todas las combinaciones analizadas. Esto implica que, además de la relación contemporánea entre el volumen y los rendimientos, el volumen puede aportar cierto poder predictivo sobre el rendimiento futuro en presencia de rendimientos presentes y pasados. Esto está de acuerdo con algunos modelos teóricos que sostienen que la información contenida en el volumen afecta a los rendimientos futuros.

Además cuando el mercado está formado por agentes fundamentales en su totalidad, y cuando estos dominan el mercado junto con una pequeña proporción de psicológicos, la relación inversa no se verifica, es decir el rendimiento no es causa Granger del volumen, en los otros casos sí.

**Tabla 2.** Test de relación causal entre el volumen y los rendimientos

	<b>Null Hypothesis:</b>	<b>F-Statistic</b>	<b>Probability</b>	<b>Causal Relationship</b>
<b>20BF</b>	V does not Granger Cause R	17.32	0.00	Yes
	R does not Granger Cause V	2.24	0.09	No
<b>15BF5TF</b>	V does not Granger Cause R	22.81	0.00	Yes
	R does not Granger Cause V	7.27	0.00	Yes
<b>10BF10TF</b>	V does not Granger Cause R	15.54	0.00	Yes
	R does not Granger Cause V	13.27	0.00	Yes
<b>5BF15TF</b>	V does not Granger Cause R	3.84	0.01	Yes
	R does not Granger Cause V	8.80	0.00	Yes
<b>15BF5KT</b>	V does not Granger Cause R	21.13	0.00	Yes
	R does not Granger Cause V	2.54	0.06	No
<b>10BF10KT</b>	V does not Granger Cause R	20.07	0.00	Yes
	R does not Granger Cause V	4.83	0.00	Yes
<b>5BF15KT</b>	V does not Granger Cause R	4.95	0.00	Yes
	R does not Granger Cause V	15.22	0.00	Yes

La Tabla 3. nos indica que entre el volumen y la volatilidad, medida esta como el cuadrado de los rendimientos, hay una relación retroalimentada. Es decir, el volumen de negociación ayuda a predecir la volatilidad y viceversa.

**Tabla 3.** Test de relación causal entre el volumen y la volatilidad

	<b>Null Hypothesis:</b>	<b>F-Statistic</b>	<b>Probability</b>	<b>Causal Relationship</b>
<b>20BF</b>	V does not Granger Cause SR	21.01	0.00	Yes
	SR does not Granger Cause V	160.13	0.00	Yes
<b>15BF5TF</b>	V does not Granger Cause SR	15.19	0.00	Yes
	SR does not Granger Cause V	124.97	0.00	Yes
<b>10BF10TF</b>	V does not Granger Cause SR	8.30	0.00	Yes
	SR does not Granger Cause V	94.38	0.00	Yes
<b>5BF15TF</b>	V does not Granger Cause SR	21.10	0.00	Yes
	SR does not Granger Cause V	23.32	0.00	Yes
<b>15BF5KT</b>	V does not Granger Cause SR	11.86	0.00	Yes
	SR does not Granger Cause V	236.23	0.00	No
<b>10BF10KT</b>	V does not Granger Cause SR	8.17	0.00	Yes
	SR does not Granger Cause V	227.17	0.00	Yes
<b>5BF15KT</b>	V does not Granger Cause SR	3.70	0.02	Yes
	SR does not Granger Cause V	135.32	0.00	Yes

#### 4.5. Resumen

- Para todas las combinaciones de agentes existe una pequeña pero significativa correlación contemporánea p-v, correlación contemporánea significativa positiva entre rendimientos y volumen y asimetría en la correlación cruzada rendimientos-volumen en torno al cero.
- El volumen es causa-Granger de los precios y viceversa, cuando el mercado está formado sólo por agentes fundamentales o por fundamentales y técnicos. Cuando conviven psicológicos con fundamentales el volumen no es causa Granger del precio, pero sí al revés si los psicológicos dominan o están en igual proporción que los fundamentales.

- El volumen es causa-Granger de los rendimientos en todas las combinaciones analizadas.

## Referencias

- Brock, W.A.; LeBaron, B.D. (1996). “A dynamic structural model for stock return volatility and trading volume”. *The Review of Economics and Statistics*, 78:94–110.
- Clark, P.K. (1973). “A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices”. *Econometrica*, 41:135-155.
- Copeland, T.E. (1976). “A model of asset trading under the assumption of sequential information arrival”. *Journal of Finance*, 31:1149-1168.
- Epps, T.W. (1975). “Security price changes and transaction volumes: Theory and evidence”. *American Economic Review*, 65:586–597,
- Epps, T.W. (1977). “Security price changes and transaction volumes: Some additional evidence”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12:141–146.
- Epps, T.W.; Epps, M.L. (1976). “The stochastic dependence of security price changes and transaction volumes: Implications for the mixture-of-distributions hypothesis”. *Econometrica*, 44:305-321.
- Karpoff, J. (1987). “The relation between price changes and trading volume: A survey”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22:109-126.
- Karpoff, J. (1988). “Costly short sales and correlation of returns with volume”. *Journal of Financial Research*, 11:173-188.
- Lakonishok, J.; Levi, M. (1982). “Weekend effects on stock returns: A note”. *Journal of Finance*, 37:883-889.
- Lamoureux, C.G.; Lastrapes, W.D. (1990). “Heteroskedasticity in stock return data: Volume versus GARCH effects”. *The Journal of Finance*, 45(1):221-229.
- Osborne, M. (1959). “Brownian motion in the stock market”. *Operations Research*, 7:145-173.
- Pascual J.A.; Pajares, J. (2007). “The role of risk aversion and technical trading in the behavior of financial markets”. En B. Edmonds, K.G. Troitzsch, C. Hernández (eds.), *Social Simulation: Technologies, Advances and New Discoveries*, pp. 169-179.
- Pascual J.A.; Pajares, J.; López, A. (2006). “Explaining the statistical features of Spanish stock market from the bottom-up”. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 594:282-294