

Un modelo de optimización fuzzy para la planificación de la producción de una cadena de suministro con incertidumbre en la demanda *

Josefa Mula¹, David Peidro¹, Raúl Poler¹, Francisco-Cruz Lario¹

¹ Centro de Investigación de Gestión e Ingeniería de Producción (CIGIP). Universidad Politécnica de Valencia, Escuela Politécnica Superior de Alcoy, Plaza Ferrándiz y Carbonell, 2, 03801, Alcoy, Alicante, España. fmula@cigip.upv.es, dapeipa@cigip.upv.es, rpoler@cigip.upv.es, fclarior@cigip.upv.es.

Resumen

El enfoque principal de este trabajo es demostrar la efectividad de un enfoque de programación matemática fuzzy para modelar un problema de planificación de la producción de una cadena de suministro con incertidumbre en la demanda. Se desarrolla un modelo de optimización fuzzy que tiene en cuenta la borrosidad (fuzziness) en la demanda del mercado. Este trabajo adopta un enfoque de programación flexible donde la función objetivo se considera determinista. Dicho enfoque permite modelar la imprecisión de la demanda que podría estar presente en los problemas de planificación de la producción de cadenas de suministro como intervalos lineales. El énfasis está en obtener más conocimiento sobre el impacto de la programación fuzzy en los problemas de planificación de cadenas de suministro con la demanda imprecisa.

Palabras clave: Cadena de suministro, planificación de la producción, optimización fuzzy.

1. Introducción

Las cadenas de suministro de las empresas industriales tienen que hacer frente a cambios continuos del entorno y a la presencia de incertidumbre en sus procesos productivos. Es, por tanto, necesario el desarrollo de modelos y algoritmos para la planificación de la producción de la cadena de suministro que puedan reconocer y modelar las muchas incertidumbres que surgen durante las diferentes fases de la planificación. Se ha constatado el interés de la comunidad científica e investigadora por abordar el modelado de la incertidumbre en los problemas de planificación de la producción (Mula et al. 2006a).

El objetivo de este trabajo es proponer un modelo de optimización fuzzy, basado en la teoría de los conjuntos difusos (Bellman y Zadeh, 1970), que permita realizar la planificación de la producción en un entorno de cadena de suministro (CS) con incertidumbre, multi-producto, multi-planta y con restricciones de capacidad. La contribución principal al campo de los métodos cuantitativos es una aplicación práctica del enfoque de programación flexible (o restricciones fuzzy) al modelo de originalmente propuesto por McDonald y Karimi (1997) para la planificación de la producción a medio plazo de la CS. Otras aplicaciones de

*Este trabajo ha sido llevado a cabo en el marco de un proyecto financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia D.G. Investigación, titulado Metodología Jerárquica en Contexto de Incertidumbre en la Planificación Colaborativa de la Cadena/Red de Suministro-Distribución. Aplicación al Sector Cerámico” (Ref. DPI2004-06916-C02-01).

programación flexible pueden encontrarse en Miller et al. (1997), Dubois et al. (2003) y Mula et al. (2006b).

2. Formulación determinista del problema

El modelo propuesto por McDonald y Karimi (1997) se ha adoptado como la formulación representativa de este trabajo. El objetivo de este modelo de programación lineal es determinar las fuentes de los recursos limitados de una empresa y la asignación óptima a sus recursos de fabricación para satisfacer las demandas del mercado al mínimo coste. La cadena de suministro considerada consiste de múltiples plantas de producción, localizadas globalmente, y produciendo múltiples productos. El horizonte de planificación de medio plazo abarca de 1 a 2 años. Cada una de las plantas de producción se caracteriza por uno o más recursos de producción semi-continua con capacidad limitada. Este modelo asume una estructura determinista en la que la incertidumbre de la demanda es abordada mediante el uso de *stocks* de seguridad.

Dada la siguiente formulación del modelo de McDonald y Karimi (1997). Las variables de decisión y parámetros del modelo se definen en la Tabla 1.

Tabla 1. Variables de decisión y parámetros del modelo.

Conjuntos de índices	
T	Conjunto de períodos en el horizonte de planificación ($t = 1, \dots, T$)
I	Conjunto de productos ($i = 1, \dots, I$). Este conjunto puede clasificarse en materias primas, I^{RM} , productos semielaborados, I^{IP} , y productos finales, I^{FP} . Un producto semielaborado puede también pertenecer al conjunto de productos finales.
J	Conjunto de recursos productivos ($j = 1, \dots, J$)
S	Conjunto de plantas de producción ($s = 1, \dots, S$)
C	Conjunto de clientes ($c = 1, \dots, C$)
Variables de decisión	
P_{ijst}	Cantidad a producir del producto $i \in I \setminus I^{RM}$ en el recurso j en la planta s en el período t
RL_{ijst}	Tiempo de producción del producto $i \in I \setminus I^{RM}$ en el recurso j en la planta s en el período t
C_{ist}	Consumo de material prima o producto semielaborado $i \in I \setminus I^{FP}$ en la planta s en el período t
I_{ist}	Nivel de inventario del producto $i \in I \setminus I^{RM}$ en la planta s al final del período t
S_{isct}	Entrega del producto final $i \in I^{FP}$ de la planta s al cliente c en el período t
$\sigma_{iss't}$	Flujo del producto semielaborado $i \in I^{IP}$ de la planta s en el período t
I_{ict}^-	Rotura de stock del producto $i \in I^{FP}$ para el cliente c en el período t
I_{ist}^{\wedge}	Desviación por debajo del nivel objetivo del stock de seguridad del producto $i \in I \setminus I$ en la planta s en el período t
Coefficientes de coste de la función objetivo	
μ_{ij}	Ingreso por unidad del producto $i \in I^{FP}$ vendida al cliente c .
h_{ist}	Coste de inventario de una unidad del producto i en la planta s en el período t
p_{is}	Precio de la material prima $i \in I^{RM}$ en la planta s
ζ_{is}	Penalización por estar por debajo del nivel objetivo del stock de seguridad del producto i en la planta s
v_{ijs}	Coste variable de producción de una unidad del producto $i \in I \setminus I^{RM}$ en el recurso j en la planta s
$t_{ss'} t_{sc}$	Coste de transporte de mover una unidad de producto de la planta s a la planta s' o al cliente c

Coefficientes tecnológicos

R_{ijst}	Ratio efectivo del producto $i \in I \setminus I^{RM}$ en el recurso j en la planta s en el período t
$\beta_{i'is}$	Cantidad de material prima o producto semielaborado $i \in I \setminus I^{FP}$ que debe ser consumido para producir una unidad de $i' \in I \setminus I^{RM}$ en la planta s

Datos generales

H_{jst}	Cantidad de tiempo de producción disponible en el recurso j en la planta s en el período t
d_{ict}	Demanda del producto final $i \in I^{FP}$ para el cliente c en el período t
I_{ist}^L	Nivel objetivo del stock de seguridad del producto i en la planta s en el período t
I_{is0}	Inventario del producto i en la planta s al principio del horizonte de planificación

Modelo M0

Minimizar z (1)

$$z = \sum_{i,j,s,t} v_{ijs} P_{ijst} + \sum_{i,s,t} p_{is} C_{ist} + \sum_{i,s,t} h_{ist} I_{ist} + \sum_{i,s,c,t} t_{sc} S_{isct} + \sum_{i,s,s',t} t_{ss'} \sigma_{iss't} + \sum_{i,s,t} \zeta_{is} I_{ist}^{\wedge} + \sum_{i,c,t} \mu_{ic} I_{ict}^{-}$$

Sujeto a

$$P_{ijst} = R_{ijst} RL_{ijst} \quad \forall i \in I \setminus I^{RM}, \forall j \in J, \forall s \in S, \forall t \in T \quad (2)$$

$$\sum_i RL_{ijst} \leq H_{jst} \quad \forall i \in I \setminus I^{RM}, \forall j \in J, \forall s \in S, \forall t \in T \quad (3)$$

$$C_{ist} = \sum_{i' \Rightarrow \beta_{i'is} \neq 0} \beta_{i'is} \sum_j P_{i'jst} \quad \forall i \in I \setminus I^{FP}, \forall j \in J, \forall s \in S, \forall t \in T \quad (4)$$

$$C_{ist} = \sum_{s'} \sigma_{is'st} \quad \forall i \in I^{IP}, \forall s \in S, \forall t \in T \quad (5)$$

$$I_{ist} = I_{is(t-1)} + \sum_j P_{ijst} - \sum_{s'} \sigma_{iss't} - \sum_c S_{isct} \quad \forall i \in I \setminus I^{RM}, \forall t \in T \quad (6)$$

$$I_{ict}^{-} \geq I_{ic(t-1)}^{-} + d_{ict} - \sum_c S_{isct} \quad \forall i \in I^{FP}, \forall t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{s,t' \leq t} S_{isct'} \leq \sum_{t' \leq t} d_{ict'} \quad \forall t \in T \quad (8)$$

$$I_{ict}^{-} \leq \sum_{t' \leq t} d_{ict'} \quad \forall i \in I, \forall c \in C \quad (9)$$

$$I_{ist}^{\wedge} \geq I_{ist}^L - I_{ist} \quad \forall i \in I, \forall s \in S, \forall t \in T \quad (10)$$

$$I_{ist}^{\wedge} \leq I_{ist}^L \quad \forall i \in I, \forall s \in S, \forall t \in T \quad (11)$$

$$P_{ijst}, RL_{ijst}, C_{ist}, I_{ist}, I_{ict}^-, \sigma_{iss't}, I_{ist}^{\wedge} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall c \in C, \forall s \in S, \forall t \in T \quad (12)$$

La función objetivo (1) minimiza el coste total. La ecuación (2) considera el ratio de producción. La ecuación (3) modela las restricciones de capacidad de producción. La ecuación (4) modela el consumo de materias primas o semielaborados a partir de la lista de materiales. La ecuación (5) implica que todos los materiales enviados a la planta s sean consumidos en el mismo período de tiempo. La ecuación (6) representa la restricción del balance del inventario. La ecuación (7) indica que los retrasos en la entrega se acumulan de un período al siguiente. La ecuación (8) permite que se satisfagan demandas anteriores. Mientras que la ecuación (9) asegura que el retraso de la demanda siempre sea menor que el límite superior de la demanda total acumulada hasta ese período. La ecuación (10) determina los excesos y desviaciones del inventario con respecto al nivel objetivo del *stock* de seguridad establecido. Por último, las ecuaciones (11) y (12) establecen los límites superiores e inferiores establecidos para las diferentes variables de decisión.

Otras posibles extensiones al modelo podrían incluir la agregación de productos en familias, que los clientes sólo fuesen suministrados a partir de determinadas plantas de producción, establecimiento de cantidades mínimas a recibir de cada planta de producción por parte de los clientes o para suministro interno y tiempos de transporte superiores al período de planificación considerado (ver McDonald y Karimi, 1997).

3. Planteamiento del modelo de optimización *fuzzy*

Este modelo pretende determinar una decisión de minimización precisa para resolver un problema en el que los valores de la demanda del mercado son imprecisos. Así, las restricciones de desigualdad (7), (8) y (9) se transforman en las restricciones *fuzzy* (13), (14) y (15). El símbolo \in representa la versión borrosa de \leq y tiene la interpretación lingüística “esencialmente menor que o igual a”. Estas restricciones muestran que el planificador quiere hacer el lado izquierdo de las restricciones más pequeño o igual que el lado derecho “si es posible”.

$$-I_{ict}^- + I_{ic(t-1)}^- - \sum_c S_{isct} \in -d_{ict} \quad \forall i \in I \setminus I^{FP}, \forall t \in T \quad (13)$$

$$\sum_{s, t' \leq t} S_{isct'} \in \sum_{t' \leq t} d_{ict'} \quad \forall i \in I \quad (14)$$

$$I_{ict}^- \in \sum_{t' \leq t} d_{ict'} \quad \forall i \in I, \forall c \in C \quad (15)$$

La función objetivo (1) y el resto de restricciones no *fuzzy* se incorporan al modelo permaneciendo inalterables respecto al modelo M0.

Werners (1987) propone la siguiente definición: Dada la función objetivo $f: X \rightarrow \mathcal{R}^1$, $R_{\square} =$ región factible *fuzzy*, $S(R_{\square}) =$ soporte de R_{\square} y $R_{\alpha} = \alpha$ -nivel de corte de \tilde{R} para $\alpha = 1$. La función de pertenencia de la función objetivo dado el espacio de solución \tilde{R} se define como:

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } f(x) \leq \sup_{R_1} f \\ \frac{f(x) - \sup_{R_1} f}{\sup_{S(R)} f - \sup_{R_1} f} & \text{si } \sup_{R_1} f < f(x) < \sup_{S(R)} f \\ 1 & \text{si } \sup_{S(R)} f \leq f(x) \end{cases} \quad (16)$$

La función de pertenencia correspondiente en el espacio funcional es entonces:

$$\mu_G(r) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(r)} \mu_G(x) & \text{si } r \in R, f^{-1}(r) \neq \emptyset \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases} \quad (17)$$

Considerando que R_l es la región definida por el modelo M0. Dado el modelo *fuzzy* con imprecisión en las restricciones de la demanda del mercado (13), (14) y (15), se considera la función de pertenencia (18) para estas restricciones *fuzzy* (Figura 1).

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} & \text{si } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0 & \text{si } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, m+1 \quad (18)$$

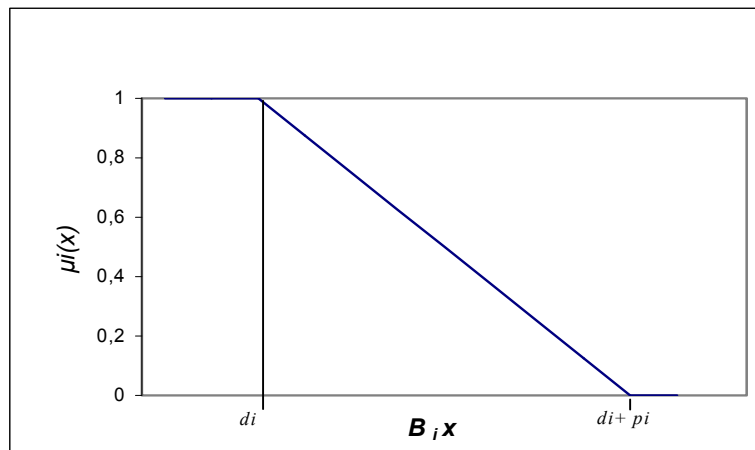


Figura 1. Función de pertenencia $\mu_i(x)$ para una restricción *fuzzy* del tipo \leq .

Para obtener el modelo determinista, M1, equivalente al modelo *fuzzy* planteado, primero hay que *fuzzify* o transformar en *fuzzy* la función objetivo. Esto se hace obteniendo los límites superior e inferior de los valores óptimos, f_0 y f_1 . Haciendo $\sup_{R_1} f = (z)_{\text{opt}} = f_1$, donde f_1 se obtiene resolviendo el modelo M0. Haciendo $\sup_{S(R)} f = (z)_{\text{opt}} = f_0$, donde f_0 se obtiene resolviendo el modelo M1_b, que es equivalente a M0 pero en el que se sustituyen las restricciones (7), (8) y (9), que se consideran *fuzzy* según (13), (14) y (15) por las siguientes:

$$-I_{ict}^- + I_{ic(t-1)}^- - \sum_c S_{isct} + \lambda p 2_{ict} \leq -d_{ict} + p 2_{ict} \quad \forall i \in I \setminus I^{FP}, \forall t \in T \quad (19)$$

$$\sum_{s,t' \leq t} S_{isct'} \leq \sum_{t' \leq t} (d_{ict'} + p2_{ict'} - \lambda p2_{ict'}) \quad \forall i \in I \quad (20)$$

$$I_{ict}^- \leq \sum_{t' \leq t} (d_{ict'} + p2_{ict'} - \lambda p2_{ict'}) \quad \forall i \in I, \forall c \in C \quad (21)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (22)$$

En las ecuaciones (19), (20) y (21), d_{ict} es un valor estimado que corresponde al límite inferior del intervalo de tolerancia para la demanda del producto i para el cliente c en el período t . Por otro lado, $p2_{ict}$ representa la máxima extensión de d_{ict} en el intervalo de tolerancia de la demanda. De esta forma, en el modelo M1 a obtener, la función objetivo toma valores entre f_1 y f_0 mientras que el valor de la demanda varía entre d_{ict} y $d_{ict} + p2_{ict}$. La función de pertenencia de la función objetivo resultante es:

$$\mu_G(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } f_0 \leq z \\ \frac{z - f_1}{f_0 - f_1} & \text{si } f_1 < z < f_0 \\ 0 & \text{si } z \leq f_1 \end{cases} \quad (23)$$

Se ha conseguido simetría entre las restricciones y la función objetivo, por lo que se puede aplicar el enfoque de Zimmermann (1976) para desarrollar el modelo determinista equivalente, M1. Su formulación es la siguiente:

Modelo M1

$$\text{Maximizar } \lambda \quad (24)$$

Sujeto a:

$$\lambda(f_1 - f_0) + \sum_{i,j,s,t} v_{ijs} P_{ijst} + \sum_{i,s,t} p_{is} C_{ist} + \sum_{i,s,t} h_{ist} I_{ist} + \sum_{i,s,c,t} t_{sc} S_{isct} + \sum_{i,s,s',t} t_{ss'} \sigma_{iss't} + \sum_{i,s,t} \zeta_{is} I_{ist}^+ + \sum_{i,c,t} \mu_{ic} I_{ict}^- \leq f_1 \quad (25)$$

Además, se incluyen las restricciones (19), (20), (21) y (22), así como las restricciones no *fuzzy* del modelo M0.

4. Experimento computacional

Para evaluar el funcionamiento del modelo propuesto se ha utilizado el Ejemplo 1 proporcionado por el trabajo de McDonald y Karimi (1997). Se trata de un ejemplo característico del sector químico donde un par de plantas de producción producen 34 productos. La primera planta de producción produce 23 productos. La segunda planta de producción es dependiente de la primera y produce 11 productos. Se consideran 12 períodos mensuales de planificación en el horizonte de planificación. Se asume que la segunda planta de producción, dependiente de la primera, no tiene restricciones de capacidad. También se proporcionan los costes y velocidades de producción para la planta 2. En este experimento no se ha considerado la agregación de productos en familias de productos. En Mula et al. (2007) se presenta un análisis al respecto basado en este mismo ejemplo.

Los modelos se han implementado con el lenguaje de modelado MPL. La resolución se ha obtenido con CPLEX. Por último, los datos de entrada y salida del modelo se gestionan a través de la base de datos Microsoft Access. El experimento se ha realizado en un PC con procesador Intel Pentium M a 1400 MHz y 504 MB de memoria RAM.

El experimento se ha llevado a cabo simulando un horizonte de planificación rodante de la siguiente forma: Se ejecuta cada modelo de planificación para cada uno de los períodos de planificación (1,...,12) con un límite de CPU de 100 segundos y actualizándose los valores de la demanda, el inventario inicial y el retraso de la demanda existente, que provienen de los lanzamientos planificados de los períodos ya calculados (Figura 2).

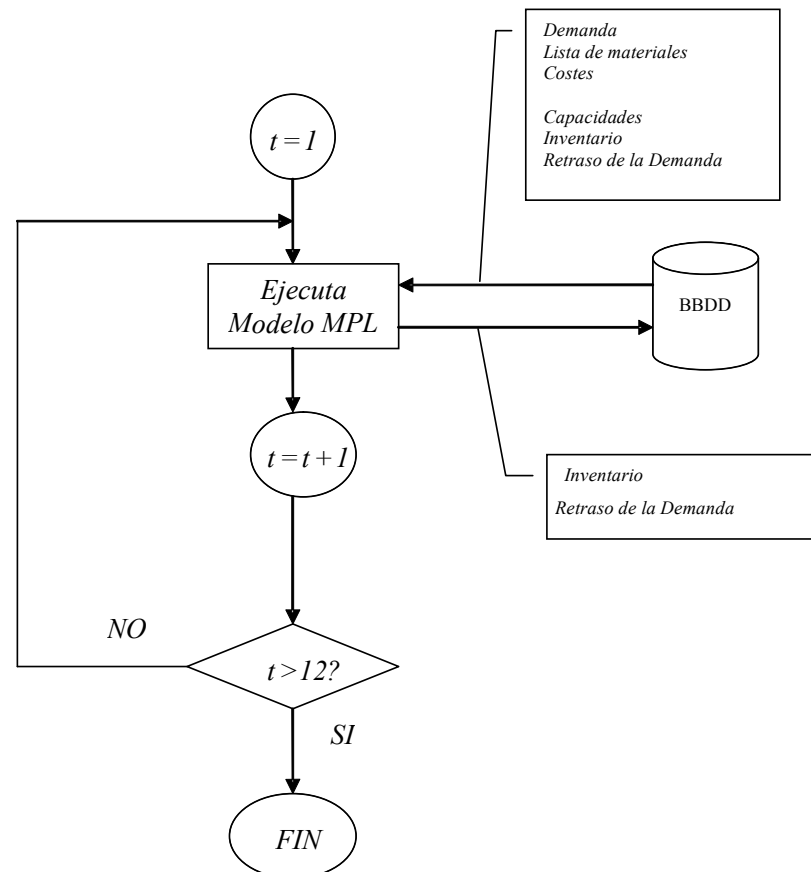


Figura 2. Experimento computacional.

4.1. Análisis cuantitativo de los resultados

La validación de los modelos se ha llevado a cabo a través de un método propuesto originalmente en Mula et al. (2006b) y que consiste en la evaluación del funcionamiento de los modelos según un conjunto de medibles: *Nivel de Servicio*, *Niveles de Inventario*, *Nerviosismo de la Planificación* y *Costes Totales*.

La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos en función de estos parámetros:

a) El *Nivel de Servicio* medio para productos finales:

$$\text{Nivel de Servicio (\%)} = \left(1 - \frac{\text{RetrasoDemanda}}{\text{DemandaAcumulada}}\right) \times 100 \quad (26)$$

b) Los *Niveles de Inventario* mínimos y máximos. Para cada modelo e ítem, si presenta el nivel de inventario menor se le asigna el valor de 1, al resto se le asigna un valor nulo. El modelo que obtenga el número mayor de valores de mínimo inventario tendrá los Niveles de Inventario menores. Los niveles de inventario máximos se calculan de igual forma pero asignando el valor de 1 al nivel máximo de inventario por modelo e ítem.

c) *Nerviosismo de la Planificación*. Una planificación “nerviosa” o inestable se refiere a un plan que sufre importantes variaciones al incorporar los cambios entre lo previsto y lo observado en sucesivas planificaciones (Sridharan, 1987). El *Nerviosismo de la Planificación* se puede medir con respecto a:

Los cambios en el período planificado. El número de veces que una orden planificada es reprogramada, independientemente de la cantidad planificada (Heisig, 1998). Donselaar et al. (2000) proponen esta regla:

En el período $t = 1, \dots, T$, donde T es el número de veces que se ejecutará el modelo para la planificación de la producción o el número de períodos que forman el horizonte de planificación, se comprueba para cada período $t + x$ ($x = 0, 1, 2, \dots, T-1$):

- Si existe una orden planificada en el período $t + x$, ¿existe todavía una orden planificada en ese período en el siguiente lanzamiento de planificación (aunque la cantidad sea diferente)? En caso negativo, se incrementa el número de reprogramaciones en 1.
- Si no existe una orden planificada en el período $t + x$, ¿existe alguna orden planificada en ese período en el siguiente lanzamiento de planificación? Si existe alguna se incrementa el número de reprogramaciones en 1.

Los cambios en la cantidad planificada. El número de veces que la cantidad de una orden planificada es modificada (De Kok y Inderfurth, 1997). La regla que se va a utilizar para medir el *Nerviosismo de la Planificación* orientado a la cantidad se describe a continuación:

En el período $t = 1, \dots, T$, donde T es el número de veces que se ejecutará el modelo para la planificación de la producción o el número de períodos que forman el horizonte de planificación, se comprueba para cada período $t + x$ ($x = 0, 1, 2, \dots, T-1$):

- Si existe una orden planificada en el período $t + x$, si la cantidad de la orden planificada no es la misma en ese período en el siguiente lanzamiento de planificación se incrementa el número de reprogramaciones en 1.

d) Los *Costes Totales* son la suma de todos los costes que se generan en cada período del horizonte de la planificación derivados de los planes de la producción proporcionados por el modelo.

Tabla 2. Evaluación de los resultados.

Modelo	Nivel de servicio (%)	Número de niveles mínimos de inventario	Número de niveles máximos de inventario	Nerviosismo de la planificación (período)	Nerviosismo de la planificación (cantidad)	Costes totales (€)
M0	100,00	3	2	0,73	2,82	2.953,53
M1	99,99	4	2	1,36	4,36	2.179,85

Ambos modelos presentan un nivel medio de servicio por encima del 99%. El modelo fuzzy proporciona un número mayor de niveles de inventario mínimos que el modelo determinista, mientras que los niveles de inventario máximos son similares en ambos modelos. Por el contrario, el modelo M1 ha presentado un mayor nerviosismo de la planificación que el modelo M0. También, el modelo fuzzy genera unos costes totales menores que el modelo determinista.

La Tabla 3 muestra la eficacia computacional de los dos modelos propuestos en este trabajo. El modelo M1 requiere para obtener la solución óptima de un número mayor de iteraciones en la primera ejecución (período de planificación = 1). Obviamente, el número de iteraciones puede cambiar en el resto de ejecuciones que dependen de los datos de entrada. Además, el modelo M1 tiene un número mayor de restricciones y variables, lo que podría implicar requisitos mayores de almacenamiento de información. Con respecto al tiempo de CPU en ambos modelos, el modelo M0, tal como esperado, es más eficiente aunque las diferencias son mínimas. No obstante, hay que tener en cuenta que en el caso del modelo M1 habría que plantear y resolver tres modelos diferentes.

Tabla 3. Eficiencia computacional.

<i>Modelo</i>	<i>Iteraciones</i>	<i>Variables</i>	<i>Enteros</i>	<i>Restricciones</i>	<i>Elementos no cero</i>	<i>Densidad matriz (%)</i>	<i>Tiempo CPU (segundos)</i>
M0	462	4854	0	8946	7534	0,17	0,16
M1	1329	4855	0	8958	98123	0,2	0,27

Por otro lado, Gupta y Maranas (2003) proponen un enfoque basado en programación estocástica para gestionar la incertidumbre de la demanda usando la misma formulación de planificación de la cadena de suministro dada por McDonald y Karimi (1997) como la base de su trabajo. Los autores asumen que la demanda se distribuye aleatoriamente según una distribución de probabilidad normal con un coeficiente de variación de 20%. El enfoque estocástico genera un total de 500 escenarios y el MILP resultante tiene 136.000 restricciones y 156.000 variables. Cuando este enfoque estocástico se resuelve con CPLEX no converge hasta con un límite de 10.000 segundos de CPU.

5. Conclusiones

Los entornos de cadena de suministro implican decisiones de planificación de la producción que tienen que tomarse bajo condiciones de incertidumbre en parámetros tan importantes como la demanda. En este artículo, se ha presentado un problema de planificación de la cadena de suministro formulado como un modelo de programación matemática fuzzy. El enfoque propuesto extiende la formulación originalmente presentada por McDonald y Karimi (1997) considerando la demanda incierta. Este modelo utiliza restricciones *fuzzy* para modelar la imprecisión de la demanda del mercado a través de un intervalo lineal, considera una función objetivo determinista y trata de determinar una decisión de minimización también precisa.

El modelo *fuzzy* propuesto produce unos costes totales menores que el modelo determinista base. Estas diferencias en los costes totales son debidas, principalmente, a la consideración de las posibles variaciones futuras de la demanda que origina una mayor producción y/o inventarios con el objetivo de evitar los retrasos de la demanda fuertemente penalizados. Como contrapartida el esfuerzo de modelado y la eficiencia computacional se ven

necesariamente incrementados al considerar la incertidumbre. También, comparado con un enfoque de programación estocástica, una solución puede obtenerse de una manera más fácil.

Finalmente, se han identificado las siguientes líneas futuras de investigación: adaptar otros enfoques de programación matemática fuzzy para comprobar su efectividad; e integrar modelos de simulación con la optimización fuzzy con el objetivo de entender bien el comportamiento y los resultados de los modelos.

Referencias

Bellman, R.; Zadeh, L. (1970). "Decision making in a fuzzy environment". *Management Science*, 17(4):141-164.

De Kok, A.G.; Inderfurth, K. (1997). "Nervousness in inventory management: comparison of basic control rules". *European Journal of Operational Research*, 103:55-82.

Donselaar, K.; van, Nieuwenhof, J. van den, Visschers, J. (2000). "The impact of material coordination concepts on planning stability in supply chains". *International Journal of Production Economics*, 68:169-176.

Dubois, D.; Fargier, H.; Fortemps, P. (2003). "Fuzzy scheduling: Modelling flexible constraints vs. coping with incomplete knowledge". *European Journal of Operational Research*, 147:231-252.

Gupta, A.; Maranas, C.D. (2003). "Managing demand uncertainty in supply chain planning". *Computers and Chemical Engineering*, 27:1219-1227.

Heisig, G. (1998). "Planning stability under (s, S) inventory control rules". *OR Spektrum*, 20(4):215-228.

McDonald, C.M.; Karimi, I.A. (1997). "Planning and scheduling of parallel semicontinuous processes. 1. Production planning". *Industrial Engineering and Chemical Research*, 36:2691-2700.

Miller, W.A.; Leung, L.C.; Azhar, T.M.; Sargent, S. (1997). "Fuzzy production planning model for fresh tomato packing". *International Journal of Production Economics*, 53:227-238.

Mula, J.; Poler, R.; García, J.P.; Lario, F.C. (2006a). "Models for production planning under uncertainty: A review". *International Journal of Production Economics*, 103:271-285.

Mula, J.; Poler, R.; García, J.P. (2006b). "MRP with flexible constraints: a fuzzy mathematical programming approach". *Fuzzy Sets and Systems*, 157:74-97.

Mula, J.; Poler, R.; Peidro, D.; Lario, F.C. (2007). "Evaluating safety stocks and product families in supply chain planning". *International Conference on Industrial Engineering and Systems Management, IESM 2007*. Beijing, China.

Sridharan, V.; Berry, W.; Udayabhanu, V. (1987). "Freezing the Master Production Schedule Stability under Rolling Planning Horizons". *Management Science*, 33(9):1137-1149.

Werners, B. (1987). "An interactive fuzzy programming system". *Fuzzy Sets and Systems*, 23:131-147.