

Un Modelo Predictivo Fuzzy para la Programación de la Producción en un Taller de Flujo Híbrido con Tiempos de Cambio de Partida Dependientes de la Secuencia

Pedro Gómez Gasquet¹, Carlos Andrés Romano², Francisco-Cruz Lario Esteban¹

¹ Centro de Investigación de Gestión en Ingeniería de la Producción, ² Grupo de Investigación en Reingeniería, Organización, trabajo en Grupo y Logística Empresarial, {Departamento de Organización de Empresas, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera s/n, 46022 valencia}. {pgomez, fclario, [candres](mailto:candres@omp.upv.es)}@omp.upv.es.

Resumen

El presente trabajo identifica un problema de programación de la producción en un entorno industrial como es el de la industria cerámica y lo modela mediante una aproximación fuzzy. Se plantea un enfoque de programación predictivo-reactivo para un taller de flujo híbrido con tiempos de cambio de partida con el objeto de hacer frente a un entorno sujeto a incertidumbre y se desarrolla el modelo matemático fuzzy correspondiente al planteamiento predictivo. El objetivo que se persigue es la minimización del makespan.

Palabras clave: Programación, Fuzzy, Producción, Modelado.

1. Introducción

En este trabajo se plantea el modelado de un problema de programación de la producción en un taller de flujo híbrido con tiempos de cambio de partida dependientes de la secuencia en un entorno de Incertidumbre. En el proceso de modelado matemático el enfoque determinista es el más utilizado para afrontar el problema de programación de la producción. No obstante, cuando existen ciertos valores, como los tiempos asociados a las operaciones, de los que se conocen meras aproximaciones puede ser interesante realizar un planteamiento que al menos incorpore dicha Incertidumbre.

En este trabajo se propone un Modelo Matemático Fuzzy que supone un primer paso en cuanto a la comprensión del problema y su consecuente resolución.

2. Estado del Arte

Muchos de los procesos de toma de decisiones en el mundo real ocurren en entornos en los que las metas, las restricciones y las consecuencias de las posibles acciones no se conocen de forma precisa. Esta imprecisión puede pertenecer a dos categorías: Incertidumbre Estocástica (o aleatoria) o Borrosidad (fuzziness). Zimmermann (1996) diferencia entre la aleatoriedad producida por las imprecisiones del mundo real, que se denomina Incertidumbre Estocástica en contraste con la imprecisión presente en la descripción del significado semántico de los eventos, fenómenos o sentencias, que denomina Borrosidad, diferencia según Bellman y Zadeh (1970) entre aleatoriedad y borrosidad. La Aleatoriedad se relaciona con la incertidumbre relativa a la pertenencia o no pertenencia de un objeto a un conjunto no difuso.

Por otro lado, la Borrosidad considera clases en las que existen grados de pertenencia entre la completa pertenencia y la no pertenencia.

Este trabajo se ha fundamentado en las propuestas de Mula (2004) y Peidro (2006) y considerara aspectos relacionados con la Borrosidad.

En el momento en el que un problema se sitúa en un entorno con incertidumbre se deben abordar los aspectos relacionados con la evolución temporal del mismo. Existen al menos dos enfoques que se deben considerar a la hora de abordar un problema de programación de producción en lo que se refiere al aspecto temporal, que son: El modelo de la realidad que se desea reflejar y el momento que se toman las decisiones. El primero está asociado a la forma de interpretar la realidad (modelos dinámicos y estáticos), mientras que el segundo está relacionado con la forma de tomar decisiones que pueden ser: on-line, off-line o mixtas (mezcla on-line y off-line).

Por lo que se refiere al tipo de decisión la literatura proporciona diversos enfoques. En la tabla 1 se muestran algunas referencias significativas que proporcionan una aproximación al problema, así como la nomenclatura que los autores utilizan para referirse a cada una de las formas de afrontar la decisión.

Tabla 1. Resumen de las principales estrategias de programación de la producción en un entorno dinámico.

<i>Autores</i>	<i>Estrategia En Línea</i>	<i>Estrategia Mixta</i>
Vieira et al. (2000)	- En línea	- Reactiva
Vieira et al. (2003)	- Dinámica (reactiva)	- Predictivo- reactiva
Mehta y Uzsoy (1999); O'Donovan et al. (1999)	- Completamente reactiva	- Predictivo-reactiva - Robusta - Basada en el conocimiento
Shafaei y Brunn (1999a);Shafaei y Brunn (1999b)	- Teoría de colas	- Reprogramación - Predictivo-robusto
Raheja y Subramaniam (2002)	- Completamente reactiva	- Reactiva
Ouelhadj (2003)	- En línea	- Predictivo-reactiva - Robusta
Aytug et al. (2005)	- Completamente reactiva	- Predictivo-reactiva

En este trabajo se realizado un enfoque predictivo-reactivo del problema de programación de la producción introducido por Vieira et al. (2003). Según los autores la programación predictivo-reactiva proporciona un programa inicial que no intenta prever ninguna distorsión durante su ejecución, y cuando esta se produce el programa dispone de mecanismos para reaccionar, modificando el programa en curso, que se está ejecutando, y generando uno nuevo parcial o totalmente.

3. Descripción del Problema

En este apartado se van a describir las hipótesis relativas al funcionamiento del sistema productivo que se considera con el objeto de utilizarlas en la fase de modelado. En dichas

hipótesis se hace referencia a las condiciones y restricciones necesarias para elaborar un Programa de Producción Predictivo. Se considerarán las siguientes hipótesis:

- Todos los trabajos son objeto del mismo tipo de operaciones básicas, y en el mismo orden. Para realizar cada una de las operaciones se dispone de un conjunto de máquinas alternativas, no necesariamente idénticas, que se agrupan en etapas.
- Los Tiempos de Proceso se pueden considerar difusos con una función de pertenencia como la indicada en la figura 2. Esto se debe a la naturaleza del proceso de transformación físico-químico que sufre el producto.
- Existen Tiempos de Cambio de Partida que dependen de la secuencia. Dichos tiempos no son conocidos con precisión y se pueden considerar difusos con una función de pertenencia como la indicada en la figura 2.
- Entre cada dos etapas del sistema existe un almacén de capacidad ilimitada.
- No se considera la posibilidad de que el mismo trabajo esté siendo procesado a la vez en diferentes etapas (debido a que el lote sea muy grande y las primeras unidades pueden estar empezando a procesarse en una etapa mientras se finalizan las últimas unidades en la etapa anterior).
- No existirá la posibilidad de fraccionamiento de los trabajos entre varios recursos, sino que se supone que esta opción ya habrá sido tomada en cuenta a la hora de definir el Plan Maestro de Fabricación.
- En el momento en que un lote se empieza a procesar en un recurso no se podrá interrumpir la operación hasta no haber terminado con las unidades que componen ese lote, ya que esto supondría el incremento de los costes derivados de los tiempos de cambio.
- Aquellos recursos en los que no exista posibilidad de alterar la secuencia de trabajo debido a que están conectados entre sí por una cinta transportadora, se supondrán uno solo.
- El abastecimiento de materias primas no condiciona el programa, puesto que este problema ya se supone resuelto al nivel de planificación de producción mediante procedimientos específicos de gestión de materiales / aprovisionamiento.
- Desde el punto de vista de la secuenciación no existen restricciones de mano de obra por el motivo comentado en el apartado anterior.
- Todos los recursos que pertenecen a una etapa no se suponen idénticos. En general las empresas instalan y renuevan la maquinaria según sus necesidades y posibilidades.
- Las fechas más tardías de finalización de los trabajos se suponen conocidas antes de calcular el Programa de Producción ya que han sido fijadas dentro del Plan Maestro de Producción. Se supone que no se modificarán durante el mismo.

- Los trabajos a realizar son conocidos antes de elaborar el Programa de Producción. Están incluidos en el Plan Maestro de Producción.
- No se permite que ningún trabajo finalice su última operación con posterioridad a la fecha de finalización prefijada. En caso de no poder satisfacer esta restricción se debe establecer una nueva propuesta de trabajos a realizar.

En la Industria Cerámica existe una amplia gama de modelos tanto de Gestión como de Diseño del Sistema Productivo. Por ejemplo, en algunas empresas la disponibilidad de AGVs puede ser baja y puede aparecer un problema de almacenamiento intermedio, o puede que la gestión de los trabajos les lleve a que parte de un trabajo esté realizando su primera operación y otra parte su segunda operación. Por este motivo, es imposible definir, lo que se puede denominar, un conjunto estándar de hipótesis. Sin embargo, las limitaciones establecidas se aproximan mucho al problema real.

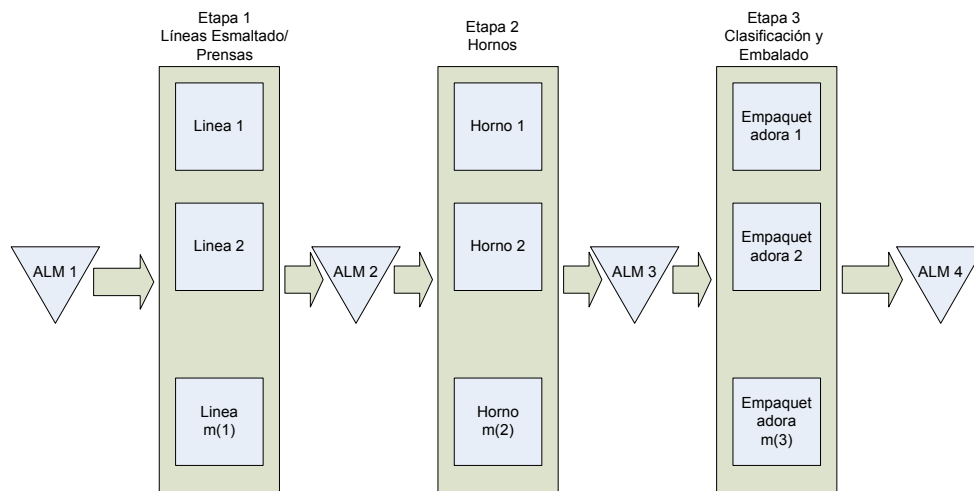
Por las características del tipo de problema que se desea afrontar, un problema de Programación de la Producción, hay aspectos del Diseño del Sistema Productivo que no resultan relevantes. Se propone que el sistema productivo se *simplifique de la siguiente forma*:

- En primer lugar se realiza la agregación en una única entidad del conjunto formado por prensas, secaderos, volteadoras y líneas de engobe y esmaltado.
- En segundo lugar, se considerará a cada horno como una máquina o Recurso.
- Las secciones de clasificado y embalado están unidas por una cinta transportadora, por lo que serán consideradas como una máquina o Recurso único.
- Entre la sección de líneas y hornos y entre hornos y clasificación existen unas amplias zonas de almacenamiento que, a efectos de la investigación, se supondrán de capacidad infinita.

De acuerdo a las simplificaciones⁸⁰ establecidas el sistema productivo, que da definido como un taller de tres etapas (ver figura 1): *Prensas-esmaltado, hornos y clasificación-embalaje*.

Figura 1. Taller cerámico de 3 etapas (elaboración propia).

⁸⁰ Esta disposición se considera válida para un amplio conjunto de empresas del Sector Cerámico, no obstante pueden existir distribuciones alternativas.



Basándose en la notación establecida por Conway et al. (1967) para poder identificar los problemas de secuenciación, el problema predictivo determinista que se pretende resolver podría ser representado como $n/r/F/k_1, \dots, k_r\text{-parallel/setup}/C_{\max}$.

Se ha seleccionado como objetivo la minimización del C_{\max} , porque este permite un mejor aprovechamiento de los recursos. Esta mejora en la utilización de los recursos se prevee utilizar para ajustar la producción mediante la aplicación de herramientas que permitan la coordinación de la Programación y la Planificación de la Producción.

4. Modelo Predictivo Fuzzy

Aunque el enfoque tradicional de Programación Predictiva no intenta prever posibles cambios en las condiciones iniciales, los autores de este trabajo utilizan un modelo Predictivo Fuzzy que incluya cierto grado de incertidumbre. Se trata de un planteamiento en el cual se incorpore la incertidumbre asociada a los Tiempos de Proceso y de Cambio de Partida tan característicos de la Industria Cerámica. No se pretende predecir todo tipo de eventos, ni siquiera el rango completo de variación en los parámetros indicados. Por este motivo se considera que la Programación Reactiva complementaria sigue siendo válida y necesaria para afrontar el problema en su conjunto.

El modelo que se expone a continuación se ajusta a las hipótesis comentadas en el apartado anterior y persigue el objetivo de minimizar el makespan. Se considera válido para cualquier instante de tiempo dentro del periodo que se considera. Como ya se ha visto, si alguno de los eventos o distorsiones, que el sistema es capaz de detectar, provocasen un cambio que implique invalidar el Programa en curso se realizará una Reprogramación, y por lo tanto el cálculo de un nuevo Programa. Por este motivo el modelo no se expresa en función del tiempo, ya que no es necesario.

Para que el lector pueda hacerse una idea práctica de la dimensión del problema que se desea tratar, se puede indicar que la empresa con la que se ha trabajado cuenta en una de sus plantas con entre 6 y 9 líneas de prensado-esmaltado (etapa 1), y un número menor en las etapas 2 y 3 de entre 4-6 máquinas. Así mismo semanalmente se programan entre 20 y 30 trabajos.

La nomenclatura utilizada ha sido la siguiente:

Conjuntos

R: Conjunto de etapas. Tiene asociado un índice $r=1 \dots RX$.

M: Conjunto de recursos (máquinas). Tiene asociado un índice $j=1 \dots mx(r)$. Tal que mx depende de la etapa.

N: Conjunto de trabajos a programar. Tiene asociado unos índices i, i_1 e i_2 . Todos los índices van de 1 hasta NX si no se especifica lo contrario.

Si $i=0$ se entiende como el trabajo que estaba inicialmente en la máquina o estado de la máquina antes de empezar la secuencia planteada, si $i= NX + 1$ se entiende como que se ha acabado el trabajo NX , y la máquina está en su estado final.

Restricciones Tecnológicas

$\bar{p}(i, j, r)$: Parámetro incierto que representa el tiempo de proceso del trabajo i en la máquina j de la etapa r .

$\bar{st}(i_1, i_2, j, r)$: Parámetro incierto que representa el tiempo de ajuste de la máquina j de la etapa r para pasar de realizar el trabajo i_1 al trabajo i_2 .

Fechas de Finalización Previstas

d(i): Fecha de finalización del trabajo i indicada en el plan maestro.

Variables de Decisión

Continuas

s(i,r): Fecha máxima de inicio de las operaciones sobre el trabajo i en la etapa r . Las operaciones incluyen el tiempo de ajuste y cambio, y el tiempo de proceso del lote. El índice i puede tomar valores entre 0 y $NX+1$.

c(i,r): Fecha de finalización del trabajo i en la etapa r .

Binarias

y(i,j,r): Relacionada con la asignación de los trabajos en las máquinas.

$$\left\{ \begin{array}{l} =1 \text{ Si el trabajo } i \text{ es procesado por la máquina } j \text{ en la etapa } \\ r. \\ =0 \text{ En otro caso} \end{array} \right.$$

x(i1,i2,j,r): Relacionada con la secuencia de los trabajos en las máquinas.

$$\left\{ \begin{array}{l} =1 \text{ Si el trabajo } i_1 \text{ es procesado inmediatamente antes que} \\ \text{el trabajo } i_2 \text{ en la máquina } j \text{ en la etapa } r. \\ =0 \text{ En otro caso} \end{array} \right.$$

i_1 toman valores entre 0 y NX , e i_2 toman valores entre 1 y $NX+1$. Se deben contemplar las excepciones al primer trabajo y al último trabajo.

El modelo es el siguiente:

$$\text{Minimizar } Z = \max_{i=1}^{NX} \{c(i, RX)\} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{mx(r)} y(i, j, r) = 1 \quad \forall i, \forall r \quad (2)$$

$$\sum_{i_1=0}^{NX} x(i_1, i_2, j, r) - y(i_2, j, r) = 0 \quad i_1 \neq i_2, \forall i_2, \forall j, \forall r \quad (3)$$

$$\sum_{i_1=1}^{NX+1} x(i_2, i_1, j, r) - y(i_2, j, r) = 0 \quad i_1 \neq i_2, \forall i_2, \forall j, \forall r \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{NX+1} x(0, i, j, r) = 1 \quad \forall j, \forall r \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^{NX} x(i, NX+1, j, r) = 1 \quad \forall j, \forall r \quad (6)$$

$$s(i_2, r) \geq s(i_1, r) + \sum_{j=1}^{mx(r)} \sum_{i_3=0}^{NX} \left(\bar{p}(i_1, j, r) + \left(\bar{st}(i_3, i_1, j, r) \cdot x(i_3, i_1, j, r) \right) \right) + \Omega \cdot \left(\sum_{j=1}^{mx(r)} x(i_1, i_2, j, r) - 1 \right) \quad (7)$$

$i_1 \neq i_3, i_2 \neq i_3, \forall i_1=0..NX, \forall i_2=1..NX+1, \forall r$
 Ω es un número arbitrariamente grande (mayor que el C_{max} previsto)

$$\begin{aligned} & s(i_2, r) + \sum_{i_1=0}^{NX} \sum_{j=1}^{mx(r)} \left\{ \bar{st}(i_1, i_2, j, r) \cdot x(i_1, i_2, j, r) \right\} \geq \\ & \geq s(i_2, r-1) + \left(\sum_{i_3=0}^{NX} \sum_{j=1}^{mx(r-1)} \left\{ \bar{p}(i_2, j, r-1) + \left\langle \bar{st}(i_3, i_2, j, r-1) \cdot x(i_3, i_2, j, r-1) \right\rangle \right\} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$i_1 \neq i_2, \forall i_2, \forall r > 1$$

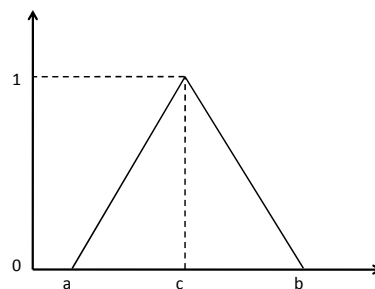
$$c(i_2, RX) \geq s(i_2, RX) + \left(\sum_{i_1=0}^{NX} \sum_{j=1}^{mx(RX)} \left\langle \bar{p}(i_2, j, RX) + (\bar{st}(i_1, i_2, j, RX) \cdot x(i_1, i_2, j, RX)) \right\rangle \right) \quad (9)$$

$$i_1 \neq i_2, \forall i_2$$

$$d(i) \geq c(i, RX) \quad \forall i \quad (10)$$

Los parámetros inciertos indicados son Conjuntos Fuzzy normalizados cuya función de pertenencia podría adoptar diferentes formas (triangular, trapezoidal, curva, etc.). Quizás la representación más simple sea la triangular. Esta representación asume un compromiso intermedio entre la simplicidad y el modelado de la realidad. En ese caso se podría definir de la siguiente forma:

Figura 2. Función de pertenencia triangular de una variable x difusa.



Donde x , a , b y c son números reales de tal forma que si $a=b=c$ no serían números fuzzy. En la figura 2 se puede observar una representación gráfica de la variable difusa. En el caso que nos ocupa, quedaría por determinar los respectivos valores de a , b , c para el Tiempo de Proceso Incierto y el Tiempo de Cambio de Partida Incierto. Obviamente, igual que cada parámetro determinista es matricial, los parámetros difusos también los serán. En el caso, del Tiempo de Proceso se definirán unos valores a , b , y c para cada combinación de trabajo, etapa, y recursos, y en el caso de los Tiempos de Cambio de Partida se establecerán unos valores a , b , y c para cada combinación de trabajo inicial, trabajo siguiente, etapa y recurso.

5. Conclusiones

El cálculo de las soluciones para un *modelo fuzzy* dado implican la resolución de múltiples Modelos Deterministas asociados, tantos como niveles se consideren. Los modelos deterministas asociados a un *modelo fuzzy*, denominados Modelos Paramétricos, son de complejidad similar al Modelo Determinista, y por lo tanto el tiempo de cálculo es de un orden de magnitud similar. Lo que hace que las técnicas optimizadoras aplicada a este tipo de modelos aumenten la magnitud de la complejidad de cálculo de un Problema ya de por sí difícil de resolver óptimamente en su versión Determinista. La incorporación de la “borrosidad” en el problema nos empuja con mayor fuerza hacia la búsqueda de métodos de

resolución alternativos a los optimizadores. En estos momentos se está trabajando en dichos métodos alternativos.

Referencias

- Aytug, H., Lawley, M.A., McKay, K., Mohan, S., & Uzsoy, R. (2005). "Executing production schedules in the face of uncertainties: A review and some future directions". *European Journal of Operational Research*, 161(1):86-110.
- Bellman, R. & Zadeh, L. 1970. "Decision making in a fuzzy environment". *Management Science*, 17(4):141-164.
- Conway, R. W., Maxwell, W. L., & Miller, L. W. (1967). *Theory of Scheduling*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Mehta, S.V. & Uzsoy, R. (1999). "Predictable scheduling of a single machine subject to breakdowns". *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 12(1):15-38.
- Mula, J. (2004). *Modelos para la planificación de la producción bajo incertidumbre. Aplicación en una empresa del sector del automóvil*. Departamento de Organización de Empresas, Economía Financiera y Contabilidad. Universidad Politécnica de Valencia.
- O'Donovan, R., Uzsoy, R., & McKay, K.N. (1999). "Predictable scheduling of a single machine with breakdowns and sensitive jobs". *International Journal of Production Research*, 37(18):4217-4233.
- Ouelhadj, D. (2003). *A multi-agent system for the integrated dynamic scheduling of steel production*. Nottingham University, School of Computer Science and Information Technology.
- Peidro Payá, D. 2006. *Modelos para la planificación táctica centralizada de una cadena de suministro bajo incertidumbre. Aplicación en una cadena de suministro del sector del automóvil*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Raheja, A.S. & Subramaniam, V. (2002). "Reactive recovery of job shop schedules - A review". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 19:756-763.
- Shafaei, R. & Brunn, P. (1999a). "Workshop scheduling using practical (inaccurate) data Part 1: The performance of heuristic scheduling rules in a dynamic job shop environment using a rolling time horizon approach". *International Journal of Production Research*, 37(18):3913-3925.
- Shafaei, R. & Brunn, P. (1999b). "Workshop scheduling using practical (inaccurate) data Part 2: An investigation of the robustness of scheduling rules in a dynamic and stochastic environment". *International Journal of Production Research*, 37(18):4105-4117.
- Vieira, G.E., Herrmann, J.W., & Lin, E. (2000). "Analytical models to predict the performance of a single-machine system under periodic and event-driven rescheduling strategies". *International Journal of Production Research*, 38(8):1899-1915.

Vieira, G.E., Herrmann, J.W., & Lin, E. (2003). "Rescheduling manufacturing systems: A framework of strategies, policies, and methods". *Journal of Scheduling*, 6(1):39-62.

Zimmermann, H.J. (1976). "Description and optimization of fuzzy systems". *International Journal General System*, 2:209-215.