

Estudio del comportamiento de la aproximación clásica al cálculo del CSL en la estimación del stock de referencia en modelos (R, S)^{*}

Eugenia Babiloni¹, Manuel Cardós¹, Marta E. Palmer¹, José Miguel Albarracín¹, Gonzalo Grau¹

¹ Dpto. de Organización de Empresas. Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera s/n, 46022. Valencia. mabagri@doe.upv.es, mcardos@doe.upv.es, marpalga@doe.upv.es, jmalbarracin@doe.upv.es, ggrau@doe.upv.es.

Palabras clave: Revisión periódica, nivel de servicio de ciclo, cálculo del stock de referencia.

1. Introducción y revisión de la literatura

Gestionar el inventario implica tomar decisiones sobre dos aspectos fundamentales. Por un lado sobre la importancia del ítem y por otro sobre qué política seguir. El objetivo de ambas es determinar cuándo lanzar una orden y de qué tamaño con el fin de cumplir una restricción de servicio al cliente, de coste o de inventario medio. Las políticas de gestión de inventarios se dividen en dos clases principales, cuya diferencia radica en la frecuencia con la que se examina el inventario. Si el estatus del inventario se conoce en cada instante, hablamos de políticas de revisión continua. Si por el contrario el inventario se revisa cada cierto intervalo de tiempo, hablamos de políticas de revisión periódica. El presente artículo se centra en la política clásica de revisión periódica (R, S), en la que el inventario se revisa transcurrido un tiempo igual a R y en función de su nivel, se lanza una orden de aprovisionamiento de tamaño variable tal que, la posición de inventario alcance un nivel igual al stock de referencia S. Una de las ventajas más destacadas de esta política frente a políticas de revisión continua del stock es que permite coordinar el reaprovisionamiento de distintos ítems, con los ahorros en costes que esto supone [Sani y Kingsman (1997); Chiang (2005); Eynan y Kropp (1998); Chiang (2007)]. Asimismo permite ajustar en cada ciclo el valor del stock de referencia cuando el patrón de demanda no es estacionario [Silver et al. (1998)].

Por tanto, una vez definida la política, las decisiones sobre cuánto y cuándo pedir dependen del valor que toma el periodo de revisión R y el stock de referencia S para cada ítem. Una de las hipótesis propuestas por Silver et al. (1998) para la aplicación de modelos (R, S) en contexto probabilístico, consiste en asumir que el periodo de revisión R está predeterminado. Establecer el valor del parámetro R es, en muchos casos, una decisión relativa a criterios de la gestión operativa y no al propio diseño de la política. En la práctica se establece el periodo de revisión en base a la categoría o familia a la que pertenece el ítem, a la agrupación de pedidos por proveedor, a la ruta de entrega, etc. con el objetivo de conseguir un ahorro de costes [Sani y Kingsman (1997); Leven y Segerstedt (2004); Syntetos y Boylan (2006)]. Asumiendo que R está predeterminado, el diseño de la política se basa en determinar el valor del stock de referencia que cumpla con el criterio de diseño del sistema. Dicho criterio puede estar basado bien en los costes asociados al sistema, bien en la satisfacción de un nivel de servicio al cliente predefinido. Generalmente el criterio de diseño se establece en base al nivel de

^{*} Este trabajo forma parte del proyecto GEMA financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, Ref. DPI 2007-65441.

servicio al cliente, utilizándose el criterio de coste como medida de rendimiento de la política [van der Heijden (2000); Johansen (2001)]. La métrica analizada en el presente artículo es el nivel de servicio de ciclo o CSL [Vereecke y Verstraeten (1994); Paschalidis et al. (2004); Cardós et al. (2006)]. En la literatura aparecen dos definiciones para el CSL. La primera, denominada en adelante clásica, lo define como la probabilidad de no incurrir en roturas de stock durante el ciclo de aprovisionamiento [Chopra y Meindl (2004)]. Esta probabilidad es equivalente al factor de seguridad k utilizado para el cálculo del stock de seguridad cuando la demanda se distribuye normalmente [Silver et al. (1998)]. Por tanto, el CSL es la fracción de ciclos en los que no ocurre rotura de stock alguna. Silver et al. (1998) definen el concepto de rotura de stock como el momento en el que el stock físico disponible de un ítem es igual a cero. Por tanto,

$$CSL = P(D_{L+R} \leq S) = F_{L+R}(S) \quad (1)$$

Donde:

- L = Plazo de aprovisionamiento,
- D_t = Demanda acumulada durante t periodos consecutivos,
- $f_t(\cdot)$ = Distribución de probabilidad de la demanda en t ,
- $F_t(\cdot)$ = Distribución de probabilidad acumulada de la demanda en t .

Cardós et al. (2006) detectan inconsistencias en la definición clásica puesto que no tiene en cuenta explícitamente la satisfacción de la demanda en R , sino únicamente el nivel del stock físico disponible. La definición clásica del CSL se fundamenta en las hipótesis de aplicación de modelos (R, S) , recogidas en Silver et al. (1998), en las que se asumen despreciables tanto la probabilidad de que no se produzca demanda cuando el stock físico es cero, como la probabilidad de que no se produzca demanda durante el ciclo. Sin embargo, la política (R, S) se aplica no sólo en ítems cuyo patrón de demanda cumple tales hipótesis sino también para aquellos con demanda intermitente o de lento movimiento, donde dichas probabilidades no pueden despreciarse [Sani y Kingsman (1997); Leven y Segerstedt (2004); Syntetos y Boylan (2006)]. Según esto Cardós et al. (2006) proponen definir el CSL como la fracción de ciclos en los que la demanda se satisface íntegramente con el stock físico disponible. En ella, la demanda se considera explícitamente y aplica incluso si no se produce demanda alguna durante el ciclo [Cardós y Babiloni (2008)]. Aplicando esta segunda definición, para un stock físico al principio del ciclo de aprovisionamiento igual a z_0 , el CSL se calcula de forma exacta como:

$$CSL = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) \cdot CSL(z_0) = \sum_{z_0=0}^S P(z_0) \cdot \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (2)$$

Cardós y Babiloni (2008) demuestran que el cálculo del CSL como en (1) es sólo una aproximación de (2), sin embargo, no se analiza el riesgo que supone su utilización cuando es usado como criterio de diseño de una política (R, S) , es decir, en la determinación del stock de referencia S . El objetivo de este artículo es analizar el rendimiento de la aproximación clásica en la determinación de S , dado un CSL objetivo, con el fin de establecer cuándo los errores en los que incurre pueden llevar a definir una política que no cumpla con el nivel de servicio de ciclo objetivo de diseño. Para ello se realiza un amplio experimento, cuyo diseño se detalla en la sección 2 del presente artículo. El análisis de los resultados se lleva a cabo en la sección 3. Por último, la sección 4 se dedica a resumir las principales conclusiones alcanzadas así como a perfilar las líneas de investigación futuras en este ámbito.

2. Diseño del experimento

El experimento, programado en JAVA, cuyo esquema se presenta en la Figura 1, asume las siguientes hipótesis: (i) la orden de aprovisionamiento se contabiliza al final del periodo en el que se recibe; (ii) el plazo de aprovisionamiento L se considera constante y conocido; y (iii) el sistema de gestión de inventarios no permite diferir demanda luego, dado que L se considera constante, $R > L$. Respecto al proceso de demanda se asumen que es estacionario, con una función de distribución de probabilidades i.i.d., discreta y conocida. Según estas hipótesis y con el fin de cubrir el mayor número de tipologías de demanda posibles según la categorización de Syntetos et al. (2005), se selecciona: (1) la distribución de Poisson(λ); (2) la distribución de Bernoulli(θ); (3) la distribución Binomial(n, θ); (4) la distribución Geométrica(θ); y (5) la distribución Binomial Negativa(r, θ) que puede entenderse también como una distribución de Poisson compuesta por una distribución de Poisson y una Gamma. Dado que la distribución de Bernoulli es equivalente a la distribución Binomial cuando el $n=1$ [ver por ejemplo Peña (1998)] y la distribución geométrica es equivalente a la Binomial Negativa para $r=1$ [ver p. ej. Walpole et al. (1999)], el experimento se reduce a considerar las distribuciones de Poisson, Binomial y Binomial Negativa con la apropiada combinación de parámetros, que se presentan en la Tabla 1 junto con los demás valores introducidos como dato para la experimentación.

Dado que, tanto con el método de cálculo exacto como con la aproximación clásica se pueden generar un número ilimitado de políticas que cumplen con el CSL establecido como objetivo, para obtener el stock de referencia en cada caso se selecciona aquel que genera el menor inventario medio en el ciclo, o lo que es lo mismo, el menor stock de referencia que cumple las inecuaciones (3) y (4).

$$CSL_{objetivo} \leq CSL_{exacto} = \sum_{z_0=0}^{S_{exacta}} P(z_0) \cdot \frac{F_R(z_0) - F_R(0)}{1 - F_R(0)} \quad (3)$$

$$S_{clasica} \geq F_{L+R}^{-1}(CSL_{objetivo}) \quad (4)$$

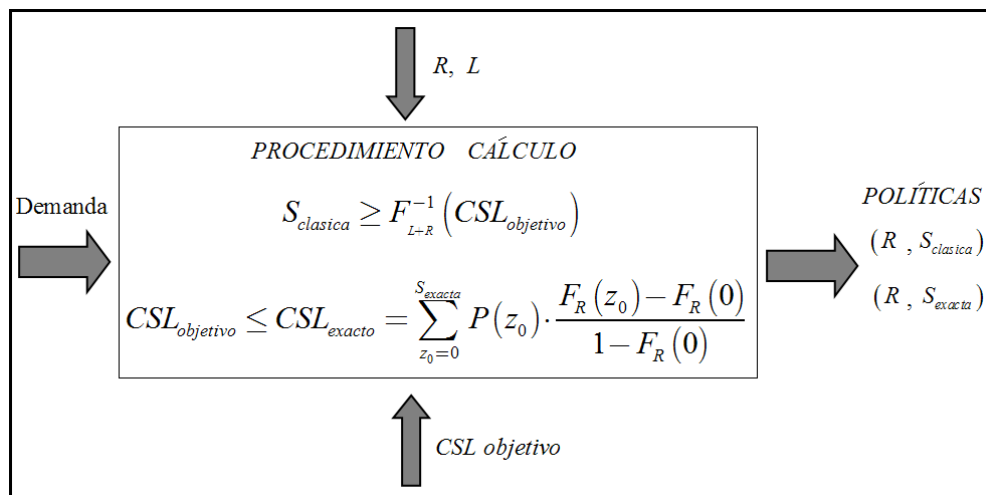


Figura 1. Esquema del experimento.

CSL objetivo	0.50, 0.55, 0.60, 0.65, 0.70, 0.75, 0.80, 0.85, 0.90, 0.95, 0.99		
R	2, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 30		
L	1, 3, 5, 7, 10, 15, 20		
Poisson	<i>d</i>	λ	0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20
Binomial	<i>n</i>	<i>n</i>	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 15, 20
	θ	θ	0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 0.75, 0.9, 0.95, 0.99
Binomial	<i>r</i>	<i>r</i>	0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.75, 0.9, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5
Negativa	θ	θ	0.1, 0.15, 0.25, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99

Tabla 1. Distribuciones de demanda y valores utilizados para la experimentación.

3. Análisis y discusión de los resultados

3.1. Tipología del error en el cálculo del stock de referencia con la aproximación clásica

La combinación factible de los valores presentados en la Tabla 1, generan 115.941 casos distintos, para los cuales se obtienen dos políticas de gestión, una calculada con el método exacto, denominada (R, S_{exacta}) y otra con la aproximación clásica, denominada (R, $S_{clásica}$). Dado que en términos de cumplir con el CSL objetivo no es lo mismo que la aproximación clásica subestime o sobreestime el valor del stock de referencia, aparecen dos tipologías distintas de errores: (1) error tipo 1 (EC1) cuando $S_{clásica} > S_{exacta}$; y (2) error tipo 2 (EC2) cuando $S_{clásica} < S_{exacta}$. Un EC1 supone que la aproximación clásica sobreestima el valor del stock de referencia, lo que, si bien tiene un impacto negativo en el inventario medio, garantiza el cumplimiento del CSL objetivo. Por el contrario, la aparición de un EC2, supone subestimar el valor de S, lo que implica, por un lado, no cumplir con el criterio de servicio objetivo, y por otro, que el sistema se encuentra más expuesto a roturas de stock de lo que el diseñador del sistema cree. Si el objetivo de diseño supone cumplir con el CSL objetivo, del análisis de los resultados se debe extraer bajo qué circunstancias se producen los EC2, es decir cuándo $S_{clásica} < S_{exacta}$. El análisis de los errores se lleva a cabo mediante el error relativo calculado como en (5). Según esto un EC1 relativo tiene signo negativo, mientras que un EC2 presenta un signo positivo.

$$E_{relativo} = \frac{S_{exacta} - S_{clasica}}{S_{clasica}} \quad (5)$$

3.2. Selección de las variables de análisis

Para determinar qué variables influyen en el comportamiento de la aproximación clásica, se han seleccionado aquellas relativas tanto al patrón de demanda del ítem, a la política de inventarios, como al objetivo de diseño. Por tanto, se analiza: (1) el coeficiente de variación cuadrado CV^2 ; (2) intervalo medio entre demandas \mathbf{p} ; (3) el coeficiente de asimetría $\mathbf{M3}$; y (4) el coeficiente de apuntalamiento $\mathbf{M4}$; (5) la demanda media unitaria de la distribución original, μ ; (6) la demanda media en R, μ_R ; (7) la demanda media en R+L, μ_{R+L} ; (8) la demanda unitaria de la distribución de las órdenes de demanda, μ_y ; (9) la probabilidad de demanda nula, $P(0)$; (10) el CSL objetivo; y (11) el periodo de revisión \mathbf{R} y el plazo de aprovisionamiento, \mathbf{L} .

3.3. Resultados y discusión

Mediante el análisis de los resultados experimentales se observa que no todas las variables analizadas influyen de igual modo en el comportamiento de la aproximación clásica en términos de sobrestimar (EC1) o subestimar (EC2) el stock de referencia. Dada la gran cantidad de situaciones analizadas, en este apartado se presentan únicamente los resultados

más representativos del exhaustivo análisis llevado a cabo. Las variables cuya variación determinan la existencia de EC1 o EC2 son:

- El intervalo medio entre demandas, **p**. Para $p < 22$, la aproximación clásica puede subestimar o sobreestimar el valor exacto de S. Para valores de p mayores, únicamente subestima, y cuanto mayor es p mayor es el riesgo. Por tanto para cualquier valor de p existe el riesgo de que la aproximación clásica cometa un EC2. Además, el tamaño del EC2 aumenta al aumentar el valor de p (ver Tabla 2).
- El coeficiente de asimetría, **M3**. Para $M3 < -1$, la aproximación clásica únicamente puede sobreestimar el valor del stock de referencia. Cuando $-1 < M3 \leq 10$, puede sobreestimar o subestimar. Para valores de M3 mayores de 10, si difiere del exacto la aproximación clásica siempre subestima. Por tanto, para valores del coeficiente de asimetría superiores a -1, la aproximación clásica no asegura el CSL objetivo. Además, el tamaño del EC2 aumenta al aumentar el valor de M3 (ver Tabla 2).
- El coeficiente de apuntalamiento, **M4**. Para $M4 \leq -1$, la aproximación clásica cuando difiere del exacto siempre sobreestima el valor de S. Para valores mayores lo sobreestima o subestima. Por tanto, cuando el coeficiente de apuntalamiento sea superior a -1 utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo. Además, el tamaño del EC2 aumenta al aumentar el valor de M4 (ver Tabla 2).
- La demanda media, **μ** . Cuando la demanda unitaria por periodo es menor de 3.6, la aproximación clásica puede subestimar o sobreestimar el stock de referencia. Para valores mayores, únicamente lo sobreestima. Por tanto para demandas unitarias inferiores a 3.6 unidades, la aproximación clásica no garantiza el cumplimiento del CSL objetivo. Además, al analizar la evaluación del error se observa que el tamaño de los EC2 disminuye al aumentar la media, hecho que se observa en todas las variables relativas a la media (ver Tabla 2).
- La demanda media durante el periodo de revisión, **μ_R** . Cuando $\mu_R < 1.2$ la aproximación clásica cuando difiere del exacto siempre subestima el valor del stock de referencia. Para $1.2 < \mu_R < 9$, lo subestima o sobreestima. Para $\mu_R > 9$, únicamente lo sobreestima. Por tanto, cuando la demanda media en el ciclo es inferior a 9, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.
- La demanda media durante el periodo de revisión y aprovisionamiento, **μ_{R+L}** . Cuando $\mu_{R+L} < 2$ si la aproximación clásica difiere del exacto siempre subestima el valor de S. Para $2 < \mu_{R+L} < 12.6$, lo subestima o sobreestima. Para $\mu_{R+L} > 12.6$, lo sobreestima. Luego, cuando la demanda media en R+L es inferior a 12.6, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.
- La demanda media de la distribución de las órdenes de demanda, **μ_y** . Cuando la demanda unitaria por periodo de la distribución de las órdenes de demanda (i.e. sin considerar los intervalos con demanda nula) es menor de 5.98, la aproximación clásica puede subestimar o sobreestimar el valor de S cuando difiere del exacto. Para valores mayores, únicamente lo sobreestima. Luego, cuando la demanda media de la distribución de las órdenes es inferior a 5.98, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo.

- La probabilidad de demanda nula, $P(0)$. Cuando $P(0) < 0.3$, la aproximación clásica cuando difiere del valor exacto de S siempre lo sobreestima. Para $P(0) \geq 0.3$, lo subestima o sobreestima. Cuando la probabilidad de demanda nula es superior a 0.3, utilizar la aproximación clásica no garantiza cumplir con el CSL objetivo. Como era de esperar, el tamaño del EC2 aumenta al aumentar la probabilidad de que la demanda en el ciclo sea cero (ver columna 4 de la Tabla 2).

Las variables restantes no parecen influir en el comportamiento de la aproximación clásica en términos de subestimar o sobreestimar, puesto que, para el rango analizado, siempre aparecen ambos comportamientos. Dichas variables son el coeficiente de variación cuadrado, CV^2 , el **CSL objetivo**, el periodo de revisión, R , y el plazo de aprovisionamiento, L . Sin embargo su variación sí influye en el tamaño de los errores. Los EC1 y EC2 disminuyen al aumentar la longitud del periodo de revisión y del plazo de aprovisionamiento, alcanzando valores medios inferiores al 1% (se ha de tener en cuenta el efecto compensatorio del signo del error en el cálculo del error medio). Este comportamiento también se observa para el CSL objetivo, ya que al aumenta el CSL objetivo menor es el error medios cometido (del orden del 4% para CSL cercanos a 1). Respecto al coeficiente de variación cuadrado, el análisis no es concluyente a este respecto.

En la Tabla 2 aparece resumida la información relativa al comportamiento de los errores EC1 y EC2 para cada variable analizada. Además, se representa la media y la desviación típica de los errores relativos que se cometen, donde se aprecia el signo y la evolución de los mismos.

4. Conclusiones

En este artículo se lleva a cabo un estudio en el que se analiza el comportamiento de la aproximación clásica del CSL cuando se utiliza para determinar el stock de referencia de una política clásica de revisión periódica frente al cálculo exacto desarrollado por Cardós et al. (2006) dado un CSL objetivo. Para ello se diseña un amplio experimento que tiene en cuenta tanto las características de la demanda como del sistema de gestión. Las principales conclusiones que se extraen del análisis de los resultados experimentales se detallan a continuación:

- La aproximación clásica en ocasiones sobreestima (EC1) y en otras subestima (EC2) el valor exacto del CSL. Sobreestimar implica que el sistema está más protegido de lo que se establece como objetivo, mientras que subestimar implica que el sistema está menos protegido frente a posibles roturas de stock de lo que el diseñador del sistema cree, de ahí la importancia de conocer bajo qué circunstancias la aproximación clásica subestima el valor de S .
- No todas las variables analizadas influyen del mismo modo en el comportamiento de la aproximación clásica. El coeficiente de variación cuadrado, el CSL objetivo, el periodo de revisión y el plazo de aprovisionamiento parecen no influir directamente en el comportamiento en términos de subestimar o sobreestimar, pues para todo el rango considerado se dan ambas situaciones. Sin embargo cuando la probabilidad de demanda nula no es despreciable, cuando la demanda media por periodo unitario (de la distribución original o de la distribución de las órdenes), en el ciclo de aprovisionamiento, o en $R+L$ es pequeña, o cuando el coeficiente de asimetría y apuntalamiento son positivos, la aproximación clásica muestra una tendencia a subestimar el stock de referencia lo que hace que su utilización, bajo estas condiciones sea desaconsejable. En la Tabla 2 se resumen los valores a partir de los cuales el riesgo de subestimar es más notable. Ítems de importancia relativa alta para el negocio, como por ejemplo los repuestos, pueden presentar patrones de demanda que cumplen con estas características.

- Se confirma la dependencia del comportamiento de la aproximación clásica frente a la probabilidad de demanda nula, lo cual era de esperar dado que es una simplificación que se asume al derivar la aproximación clásica.

Las líneas de investigación futuras en este campo se pueden centrar en extender el análisis a políticas de revisión continua (Q, s) y a otras medidas de servicio como el “Fill Rate” así como medir las implicaciones que se derivan de este artículo en entornos específicos, como por ejemplo en la gestión de inventarios de repuestos.

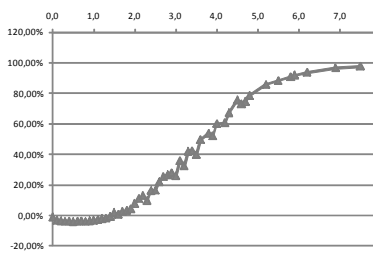
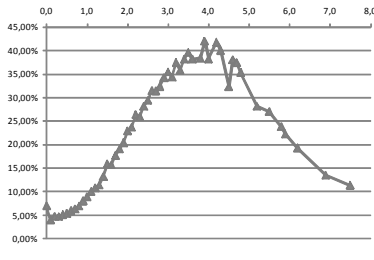
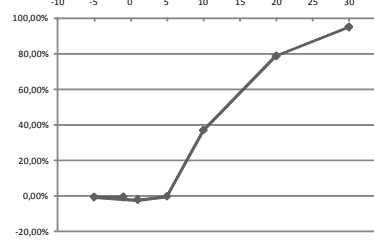
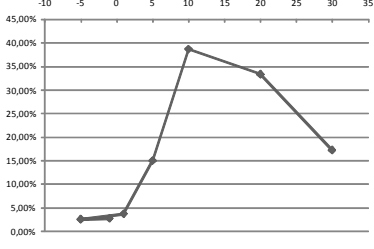
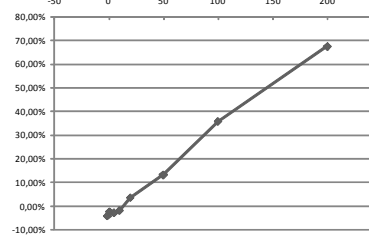
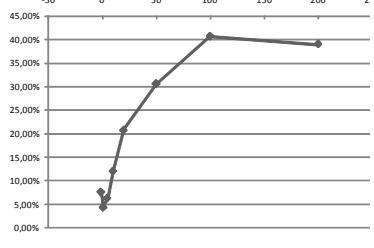
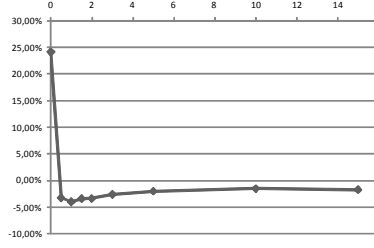
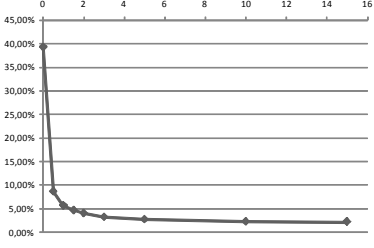
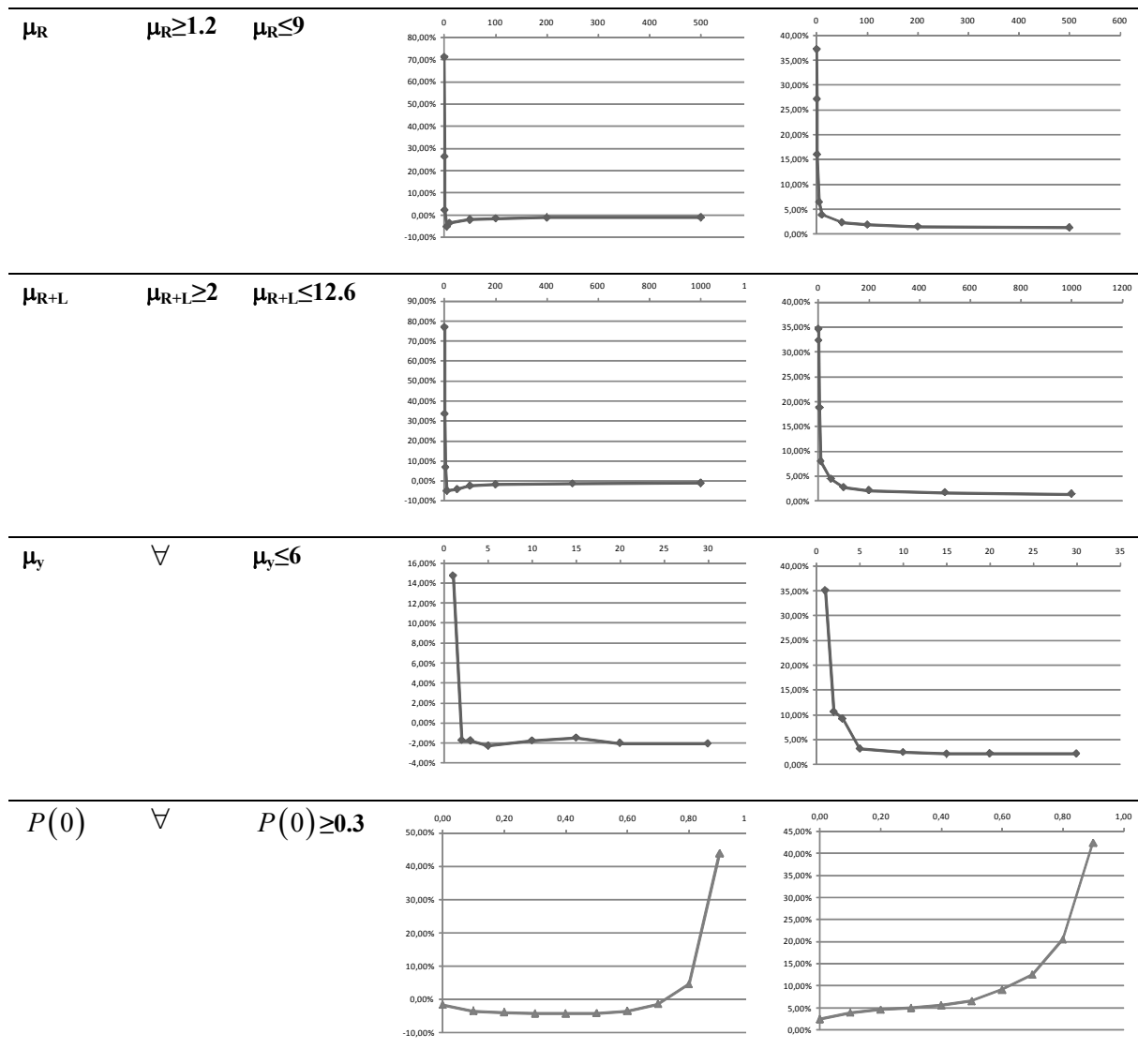
Variable	EC1	EC2	Error relativo medio vs. variable	Desviación estándar del error vs. variable
p	P<22	∇		
M3	M3≤10	M3>-1		

Tabla 2. Caracterización y evolución del error relativo cometido por la aproximación clásica en el cálculo del stock de referencia para una política (R, S).

Continuación Tabla 2

Variable	EC1	EC2	Error relativo medio vs. variable	Desviación estándar del error vs. variable
M4	∇	M4>-1		
μ	∇	μ<3.6		



Agradecimientos

Este trabajo forma parte de los proyectos GEMA (financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, Ref. DPI 2007-65441) y MyHDEA (financiado por la Generalitat Valenciana, Conselleria d'Empresa, Universitat y Ciencia, Ref. GV/2007/224).

Referencias

- Cardós, M.; Babiloni, M. E. (2008). Exact and approximated calculation of the cycle service level in periodic review policies. Fifteenth International Working Seminar on Production Economics.
- Cardós, M.; Miralles, C.; Ros, L. (2006). An exact calculation of the cycle service level in a generalized periodic review system. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.57, No 10, pp. 1252-1255.
- Chiang, C. (2007). Optimal ordering policies for periodic-review systems with a refined intra-cycle time scale. *European Journal of Operational Research*, Vol.177, No 2, pp. 872-881.
- Chiang, C. (2005). Optimal ordering policies for periodic-review systems with replenishment cycles. *European Journal of Operational Research*, Vol.170, No 1, pp. 44-56.

- Chopra, S.; Meindl, P. (2004). *Supply Chain Management*. 2nd Edition. Pearson. Prentice Hall.
- Eynan, A.; Kropp, D. H. (1998). Periodic review and joint replenishment in stochastic demand environments. *Iie Transactions*, Vol.30, No 11, pp. 1025-1033.
- Johansen, S. G. (2001). Pure and modified base-stock policies for the lost sales inventory system with negligible set-up costs and constant lead times. *International Journal of Production Economics*, Vol.71, No 1-3, pp. 391-399.
- Leven, E.; Segerstedt, A. (2004). Inventory control with a modified Croston procedure and Erlang distribution. *International Journal of Production Economics*, Vol.90, No 3, pp. 361-367.
- Paschalidis, I. C.; Liu, Y.; Cassandras, C. G.; Panayiotou, C. (2004). Inventory control for supply chains with service level constraints: A synergy between large deviations and perturbation analysis. *Annals of Operations Research*, Vol.126, No 1-4, pp. 231-258.
- Peña, D. (1998). *Estadística. Modelos y Métodos*. 1. Fundamentos. Alianza Universidad Textos.
- Sani, B.; Kingsman, B. G. (1997). Selecting the best periodic inventory control and demand forecasting methods for low demand items. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.48, No 7, pp. 700-713.
- Silver, E. A., Pyke, D. F., y Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. Chapter 7. "Individual items with probabilistic demand" pp. 232-311. Third Edition. John Wiley & Sons.
- Silver, E. A.; Pyke, D. F.; Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. Third Edition. John Wiley & Sons.
- Syntetos, A. A.; Boylan, J. E. (2006). On the stock control performance of intermittent demand estimators. *International Journal of Production Economics*, Vol.103, No 1, pp. 36-47.
- Syntetos, A. A.; Boylan, J. E.; Croston, J. D. (2005). On the categorization of demand patterns. *Journal of the Operational Research Society*, Vol.56, No 5, pp. 495-503.
- van der Heijden, M. (2000). Near cost-optimal inventory control policies for divergent networks under fill rate constraints. *International Journal of Production Economics*, Vol.63, No 2, pp. 161-179.
- Vereecke, A.; Verstraeten, P. (1994). An inventory management model for an inventory consisting of lumpy items, slow movers and fast movers. *International Journal of Production Economics*, Vol.35, No 1-3, pp. 379-389.
- Walpole, R. E.; Myers, R. H.; Myers, S. L. (1999). *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. 6a. edition. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.