

Planificación agregada en cadenas de suministro del sector cerámico[†]

MME Alemany¹, F Alarcón², FC Lario³, JJ Boj⁴

^{1,2,3,4} Centro de Investigación en Gestión e Ingeniería de la Producción (CIGIP), Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n, Valencia 46022. ¹mareva@omp.upv.es,

Palabras clave: Planificación Agregada, Modelos de Programación Lineal Entera-Mixta, Toma de Decisiones Centralizada

1. Introducción

En los últimos años se ha multiplicado el desarrollo de modelos de programación matemática para la Planificación de las Operaciones en Cadenas de Suministro (CdS). La mayoría de estos trabajos se han centrado, únicamente, en la Planificación Maestra (PM) de la CdS estableciendo las cantidades a producir, almacenar y transportar en dicho contexto para un horizonte a medio plazo (Pibernik y Sucky, 2007). Sin embargo, son escasos los trabajos que tratan con la Planificación Agregada (PA) en CdS (Özdamar y Yazgaç, 1999). La PA requiere de un horizonte temporal mayor que la PM, una mayor agregación de la información y, generalmente, una toma de decisiones relacionada no sólo con el flujo de materiales sino también con el dimensionado de la capacidad. Tanto la PA como el PM en CdS requieren de la coordinación de los planes de los miembros implicados, pudiéndose llevar a cabo de dos maneras claramente diferenciadas: la centralizada (un único decisor) y la distribuida (varios decisores). En general, se asume que los resultados obtenidos a través de una CdS coordinada de manera centralizada son mejores que los obtenidos en el caso distribuido (Pibernik y Sucky, 2007). Sin embargo, para que se pueda llevar a cabo una toma de decisiones centralizada es necesario que exista una alineación de las decisiones individuales de los diferentes miembros hacia los objetivos de la CdS y un conocimiento compartido de la información relevante para dicha CdS, como podría ser el caso, por ejemplo, de empresas pertenecientes al mismo grupo empresarial.

En este artículo, se plantea un modelo centralizado de programación lineal entera mixta como ayuda a la toma de decisiones para la Planificación Agregada (PA) del aprovisionamiento, producción y distribución de una CdS del sector cerámico español. Al estar formada dicha cadena por empresas pertenecientes al mismo grupo empresarial, se dan las condiciones necesarias para abordar el problema desde una perspectiva centralizada.

Aunque se han desarrollado algunos modelos de programación matemática para la planificación de empresas del sector cerámico, éstos no llegan a modelar completamente las principales particularidades que presentan dichas empresas a nivel de plan agregado en un contexto de CdS. De entre dichas particularidades cabe destacar la importancia de los costes y tiempos de cambio de partida (setup) que deberán ser considerados, incluso a nivel agregado, las decisiones de activación/desactivación de hornos y la existencia de múltiples niveles en la

[†] Este trabajo se deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia con referencia PSE-370000-2008-8, titulado “Potenciación de la competitividad del tejido empresarial español a través de la Logística como factor estratégico en un entorno global”.

etapa de distribución. Así, Liberatore y Miller (1985) proponen un modelo de planificación jerárquica de producción para una CdS cerámica con dos niveles de decisión para las etapas de producción y distribución. Sin embargo, esta visión no considera el dimensionado de capacidad, las limitaciones sobre tamaños del lote de fabricación, el porcentaje de primeras calidades y defectos y posibles limitaciones relacionadas con el aprovisionamiento de materias primas y producto final. Otros trabajos sobre planificación de la producción de CdS cerámicas la CdS son: Özdamar y Bozyel (1998), Özdamar y Birbil (1998) y Özdamar y Birbil (1999). Estos trabajos abordan el problema conocido como “Problema de Lotificación y Asignación con Restricciones de Capacidad” (Capacitated Lot Sizing and Loading Problem; CLSLP) enfocándolo a nivel uniempresa. Por tanto, a partir de revisión efectuada de la literatura, no se han localizado trabajos en los que se aporten modelos matemáticos para la planificación de un CdS cerámica que aborden conjuntamente la problemáticas de dimensionado de capacidad productiva y de transporte, aprovisionamiento, producción y distribución, que es el principal objetivo de este artículo.

El artículo se encuentra estructurado de la siguiente manera: la Sección 2 describe la problemática objeto de estudio. En la Sección 3 se presenta el MILP propuesto. Por último, en la Sección 4 se exponen algunas de las conclusiones más relevantes del trabajo desarrollado.

2. Descripción de la Problemática

El problema abordado en el presente artículo se deriva de un proyecto de investigación realizado en colaboración con una importante empresa del sector cerámico español. Las principales características del proceso actual de toma de decisiones de dicha CdS puede consultarse en Alemany et al. (2009). A continuación pasan a describirse los aspectos más relevantes de la problemática objeto de estudio. En la Figura 1 se muestra los recursos físicos (nodos) y los flujos de transporte (arcos) de ítems para una CdS genérica que se puede caracterizar como multi-ítem, multi-proveedor, multi-planta, con centros de distribución multi-tipo y multi-nivel. Se asume que los miembros responsables de dichos recursos físicos presentan las características necesarias (descritas en la sección 1) para que se pueda dar una toma de decisiones centralizada.

Se supone la existencia de varias plantas productivas localizadas en diferentes zonas geográficas que son abastecidas por proveedores de materias primas con una capacidad limitada. Cada planta se encuentra integrada por varias secciones (prensas-líneas de esmaltado, hornos, y clasificación-embalaje) cada una de las cuales dispone de diversas máquinas en paralelo con una capacidad limitada. A nivel de PA, se considera que la planta productiva se encuentra integrada únicamente por las dos primeras secciones y sólo se modelan sobre ellas las decisiones de dimensionado de capacidad (número de turnos y capacidad extra en líneas de esmaltado y activación/desactivación de hornos). La consideración de estas dos únicas secciones se debe, por un lado, a los elevados tiempos de cambio de partida entre artículos y familias en las líneas de esmaltado y, por otro lado, a que la sección de hornos, además de representar un recurso muy costoso por su elevado coste energético, constituye el recurso cuello de botella. Cabe destacar que no todos los productos finales (PFs) se fabrican en las plantas: así, existen PFs con un alto valor añadido que sólo se fabrican en las plantas, otros de muy bajo valor añadido que se subcontratan totalmente a proveedores externos y otros que pueden fabricarse y/o subcontratarse según convenga. Con objeto de ahorrar en cambios de partida, se definen las familias productivas como un conjunto de productos finales con el mismo uso (pavimento, revestimiento), formato, pasta (roja, blanca) y en algún caso (rectificado/pulido) y las mismas características con respecto a la posibilidad de subcontratación. Debido a los importantes tiempos y costes de cambio de partida cuando se comienza la fabricación de una familia es necesario que ésta se mantenga

durante un mínimo número de periodos consecutivos. Adicionalmente, por razones tecnológicas relacionadas con la calidad y el ahorro en cambios de partida, existe un tamaño de lote mínimo para todos los artículos.

La distribución de los PFs (multi-item) se hace desde las plantas productivas a los clientes (tiendas y otros clientes) en varias etapas (multi-nivel) a través de varios tipos de centros de distribución (multi-tipo) tales como almacenes, centros logísticos y tiendas (aunque a nivel de PA no se contemplan las tiendas). Los clientes finales pueden ser atendidos a través de los almacenes centrales o de las tiendas.

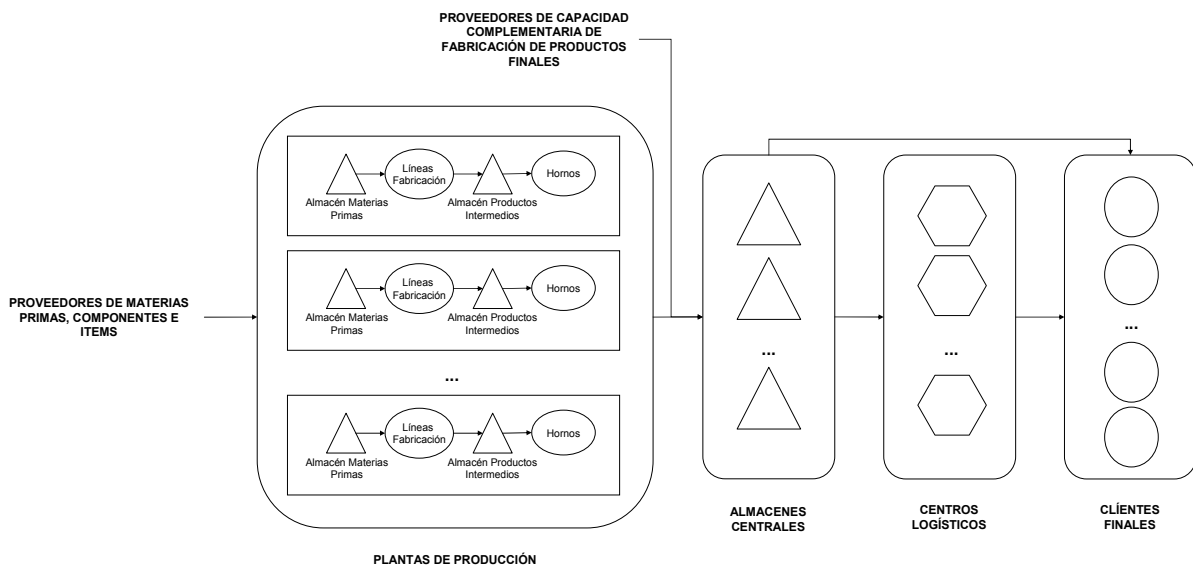


Figura 1. Vista Física de la CdS cerámica

3. Formulación del Modelo de Programación Lineal Entero Mixto (MILP) para la PA

En esta sección se describe el MILP centralizado para la PA de la CdS del sector cerámico con las peculiaridades descritas en el apartado anterior. Las principales características diferenciadoras con respecto a otros modelos que tratan problemáticas similares son las siguientes. Con objeto de establecer la mejor opción entre producir y/o subcontratar, se decide simultáneamente sobre el dimensionado de capacidad productiva (líneas y hornos (bin-packing problem)), el dimensionado de la capacidad de transporte y las decisiones de subcontratación. En la mayoría de los modelos a nivel táctico las capacidades se encuentran agregadas y no se consideran explícitamente los cambios de partida. Sin embargo, si el consumo de capacidad por parte de los cambios de partida es elevado, no considerarlos a este nivel lleva a una sobreestimación de la capacidad disponible que puede conducir a planes detallados posteriores infactibles. Además, a través de la implementación de políticas de lotificación óptimas es posible conseguir ahorros importantes. Como cada sección se encuentra integrada por máquinas en paralelo, para modelar los cambios de partida es necesario considerar simultáneamente las decisiones sobre lotificación y asignación, lo que convierte que el problema bajo estudio pueda encuadrarse dentro del denominado CLSLP. Por otro lado, debido a que el ámbito de aplicación de dicho modelo es a nivel de CdS, se consideran no sólo aspectos productivos sino también aspectos relativos a los flujos de aprovisionamiento, producción y distribución. Los índices, conjuntos, parámetros, y variables de decisión del modelo se describen en las Tablas 1-6.

Tabla 1. Índices

Índices			
f	Familias de productos ($f=1...F$)	q	Centros logísticos ($q=1...Q$)
p	Plantas productivas ($p=1...P$)	c	Materias primas, componentes e ítems ($c=1...C$)
l	Líneas de fabricación ($l=1...L$)	r	Proveedores de materias primas, componentes e ítems ($r=1...R$)
h	Hornos ($h=1...H$)	b	Proveedores de capacidad complementaria de fabricación de productos finales ($b=1...B$)
a	Almacenes ($a=1...A$)	t	Periodos de tiempo ($t=1...T$)

Tabla 2. Conjuntos de índices

Conjunto de Índices			
FNS	Conjunto de familias de productos (FPs) que No se subcontratan	$Cf(f)$	Conjunto de materias primas, componentes e ítems (MP) que forman parte de la FP f
FSP	Conjunto de FPs que pueden subcontratarse parcial o completamente.	$Cy(r)$	Conjunto de MPs que pueden ser suministrados por el proveedor r
FST	Conjunto de FPs que sólo se subcontratan	$Rc(c)$	Conjunto de proveedores que pueden suministrar la MP c
$If(f)$	Conjunto de productos finales (PFs) que pertenecen a la FP f	$Rp(p)$	Conjunto de proveedores de MPs que puede suministrar a la planta productiva p
$Lp(p)$	Conjunto de líneas de fabricación ubicadas en la planta productiva p	$Bf(f)$	Conjunto de proveedores de capacidad complementaria de fabricación de PFs que pueden suministrar la FP f
$Fl(l)$	Conjunto de FPs que pueden ser producidos en la línea de fabricación l	$Ba(a)$	Conjunto de proveedores de capacidad complementaria de fabricación de PFs que pueden suministrar al almacén a
$Lf(f)$	Conjunto de líneas de fabricación que pueden producir la FP f	$Ab(b)$	Conjunto de almacenes que pueden ser aprovisionados por el proveedor de capacidad complementaria de fabricación de PFs b
$Hp(p)$	Conjunto de hornos ubicados en la planta productiva p	$Pa(a)$	Conjunto de plantas productivas que pueden enviar FPs al almacén a
$Fh(h)$	Conjunto de FPs que pueden ser producidas en el horno h	$Aq(q)$	Conjunto de almacenes que pueden suministrar al centro logístico q
$Hf(f)$	Conjunto de hornos que pueden producir la FP f	$Qa(a)$	Conjunto de centros logísticos que pueden ser aprovisionados por el almacén a
$Fc(c)$	Conjunto de FPs que contienen la materia prima, componente o ítem c	$Fq(q)$	Conjunto de FPs que pueden transportarse al centro logístico q

Tabla 3. Parámetros (I)

Parámetros del Modelo			
$dmf_{a,t}$	Demanda de la FP f en el almacén a en el periodo t	$lmedi_f$	Lote medio de fabricación de los PFs de la FP f
$dmf_{cl,q,t}$	Demanda de la FP f en el centro logístico q en el periodo t	$lmin_{f,lp}$	Lote mínimo de fabricación de la FP f en la línea de fabricación l de la planta productiva p
cm_f	Coefficiente de mermas de la FP f	$tm_{f,lp}$	Tiempo mínimo de periodos durante los cuales debe fabricarse la FP f en la línea de fabricación l de la planta productiva p
cq_f	Coefficiente de 1ª calidad de la FP f	$M1, M2$	Valores enteros muy grandes
$\alpha_{c,f}$	Cantidad de unidades MP c necesario para fabricar una unidad de FP f	$minapr_{v,r}$	Cantidad mínima a solicitar de MP c al proveedor r
v_f	Peso (kgrs) por cada m2 de la FP f	$ssmp_{c,p}$	Stock de Seguridad de la MP c en la planta productiva p
bn_{lp}	Capacidad normal por turno de la línea de fabricación l en la planta productiva p	$minsc_{p,b}$	Cantidad mínima a subcontratar de la FP f al proveedor de capacidad complementaria de fabricación de PFs b
be_{lp}	Capacidad extra máxima por turno en la línea de fabricación l en la planta productiva p	$invmax_{f,a}$	Inventario máximo de la FP f en el almacén a
$nmax_{turl_{lp}}$	Numero máximo de turnos en la línea de fabricación l de la planta productiva p	$ssf_{a,f}$	Stock de Seguridad de la FP f en el almacén a
$nmax_{f,t}$	Numero máximo de lanzamientos a producción anuales de la FP f	$invmax_{f,cl,q}$	Inventario máximo de la FP f en el centro logístico q

Tabla 4. Parámetros (II)

Parámetros del Modelo			
$capfabmaxl_{lp}$	Capacidad máxima de la línea de fabricación l , en la planta productiva p	$capscf_{fbt}$	Capacidad de suministro del proveedor de capacidad de fabricación complementaria b para la FP f en el periodo t
$capfabmaxh_{hp}$	Capacidad máxima de fabricación del horno h en la planta productiva p	$captvpa_{pa}$	Capacidad de transporte (Kgr) por vehículo de transporte entre la planta productiva p y el almacén a
$capaprvc_{rpt}$	Capacidad de aprovisionamiento de la MP c de proveedor r a la planta productiva p en el periodo t	$captvac_{laq}$	Capacidad de transporte (Kgrs) por vehículo encargado del transporte entre el almacén a y el centro logístico q
$costhnl_{lp}$	Coste por hora normal en la línea de fabricación l en la planta productiva p	$costacth_{hp}$	Coste de activar el horno h en la planta productiva p
$costhel_{lp}$	Coste por hora extra en la línea de fabricación l en la planta productiva p	$costdesacth_{hp}$	Coste de desactivar el horno h en la planta productiva p
$costinctl_{lp}$	Coste de incrementar un turno en la línea de fabricación l en la planta productiva p	$costaprvc_{rpt}$	Coste de aprovisionamiento de una unidad MP c del proveedor r en la planta productiva p
$costdistl_{lp}$	Coste de disminuir un turno en la línea de fabricación l en la planta productiva p	$costscfb$	Coste de subcontratar una unidad (m2) de la FP f al proveedor de capacidad complementaria de fabricación b
$costinvmp_{cp}$	Coste unitario de almacenamiento de la MP c en la planta productiva p	$costftpa$	Coste fijo por vehículo entre las plantas productivas y los almacenes
$costsetupf_{lfp}$	Coste de setup de la FPs f en la línea de fabricación l en la planta productiva p	$costvtpa_{fpa}$	Coste variable de transporte, por m2, de la FP f desde la planta productiva p al almacén a
$costsetupfh_{hfp}$	Coste de setup de la FPs f en el horno h en la planta productiva p	$costinva_{fa}$	Coste de almacenar un m2 de la FP f en el almacén a
$costsetupil_{fpp}$	Coste medio de setup de los PFs de la familia f en la línea de fabricación l en la planta productiva p	$costftacl$	Coste fijo por vehículo entre los almacenes y los centros logísticos.
$costsetupih_{hfp}$	Coste medio de setup de PFs de la FP f en el horno h en la planta productiva p	$costvtac_{lfaq}$	Coste variable de transporte, por m2, de la FP f desde el almacén a al centro logístico q
$costinvint_{fip}$	Coste de almacenar un m2 de la FP f en el almacén intermedio de la planta productiva p	$costinvcl_{fjq}$	Coste de almacenar un m2 de la FP f en el centro logístico q
$costmanth_{hp}$	Coste de mantener activo el horno h de la planta productiva P por trimestre		
$tfabf_{lfp}$	Tiempo de procesamiento por m ² de la FPs f en la línea de fabricación l de la planta productiva p	$tsetupmedil_{fip}$	Tiempo de setup medio de los PFs de la FP f en la línea de fabricación l de la planta productiva p
$tfabh_{hfp}$	Tiempo de procesamiento por m ² de la FPs f en el horno h de la planta productiva p	$tsetupmedih_{hfp}$	Tiempo de setup medio de los PFs de la FP f en el horno h de la planta productiva p
$tsetupf_{lfp}$	Tiempo de setup de la FPs f en la línea de fabricación l de la planta productiva p	$tacth$	Número de periodos transcurridos los cuales se reconsideran las decisiones sobre capacidad productiva.
$tsetupfh_{hfp}$	Tiempo de setup de la FPs f en el horno h de la planta productiva p		

Tabla 5. Variables de Decisión (I)

Variables de Decisión			
$MPFL_{fpt}$	Cantidad (m2) de la FP f a producir en la línea de fabricación l de la planta productiva p en el periodo t	WD_{hpt}	Variable binaria cuyo valor es 1 si el horno h de la planta productiva p esta <i>desactivado</i> en el periodo t y estaba <i>activado</i> en el periodo $t-1$, y su valor es 0 en caso contrario
$MPFH_{hpt}$	Cantidad (m2) de la FP f a producir en el horno h de la planta productiva p en el periodo t	$NLIL_{fpt}$	Número de lanzamientos de los PFs pertenecientes a la FP f en la línea de fabricación l de la planta productiva p en el periodo t
XFL_{fpt}	Variable binaria cuyo valor es 1 si la FP f se produce en la línea de fabricación l en la planta productiva p en el periodo t , y su valor es de 0 en caso contrario	$NLIH_{hpt}$	Número de lanzamientos de los PFs pertenecientes a la FP f en el horno h de la planta productiva p en el periodo t
XFH_{hpt}	Variable binaria cuyo valor es 1 si la FP f se produce en el horno h en la planta productiva p en el periodo t , y su valor es de 0 en caso contrario	$INVINT_{fpt}$	Inventario intermedio de cada FP f en la planta productiva p al final del periodo t .
ZFL_{fpt}	Variable binaria cuyo valor es 1 si se efectúa un cambio de partida de la FP f en la línea de fabricación l en la planta productiva p en el periodo t , y su valor es 0 en caso contrario.	CTP_{crpt}	Cantidad de la MP c a transportar desde el proveedor r a la planta productiva p en el periodo t

Tabla 6. Variables de Decisión (II)

Variables de Decisión		
ZFH_{hpt}	Variable binaria cuyo valor es 1 si se efectúa un cambio de partida de la FP en el horno h en la planta productiva p en el periodo t , y su valor es 0 en caso contrario.	$CSCF_{fbat}$ Cantidad a subcontratar de la FP f al proveedor de capacidad complementaria de fabricación b para el almacén a en el periodo t
NTL_{lpt}	Número de turnos asignados a la línea de fabricación l de la planta productiva p en el periodo t .	$YSCF_{ibt}$ Variable binaria cuyo valor es 1 si se subcontrata la FP f al proveedor b en el periodo t
$NINCTL_{lpt}$	Incremento del número de turnos asignados a la línea de fabricación l de la planta productiva p en el periodo t .	CTA_{fpat} Cantidad (m^2) de la FP f a transportar desde la planta productiva p al almacén a en el periodo t
$NDISTL_{lpt}$	Disminución número de turnos asignados a la línea de fabricación l de la planta productiva p en el periodo t .	$NVTA_{pat}$ Número de vehículos necesarios para transportar las FPs desde la planta productiva p al almacén a en el periodo t .
HNL_{lpt}	Horas normales productivas en la línea de fabricación l de la planta productiva p en el periodo t	$INVA_{fat}$ Nivel de inventario (m^2) de la FP f en el almacén a durante el periodo t
HEL_{lpt}	Horas extras en la línea de fabricación l de la planta productiva p en el periodo t	$CTCL_{faq}$ Cantidad (m^2) de la FP f a transportar desde el almacén a al centro logístico q en el periodo t
W_{hpt}	Variable binaria cuyo valor es 1 si el horno h de la planta productiva p está <i>activado</i> en el periodo t , y su valor es 0 en caso contrario	$NVTCL_{aqt}$ Número de vehículos necesarios para transportar las FPs desde el almacén a al centro logístico q en el periodo t .
WA_{hpt}	Variable binaria cuyo valor es 1 si el horno h de la planta productiva p esta <i>activado</i> en el periodo t y estaba <i>desactivado</i> en el periodo $t-1$, y su valor es 0 en caso contrario	$INVCL_{fq}$ Nivel de inventario (m^2) de la FP f en el centro logístico q durante el periodo t

Función Objetivo del modelo

Min $[z]$:

$$\begin{aligned}
& \sum_t \sum_p \sum_{l \in Lp(p)} \text{cost}hnl_{lp} * HNL_{lpt} + \sum_t \sum_p \sum_{l \in Lp(p)} \text{cost}hel_{lp} * HEL_{lpt} + \sum_t \sum_p \sum_{l \in Lp(p)} \text{cost}inctl_{lp} * NINCTL_{lpt} + \sum_t \sum_p \sum_{l \in Lp(p)} \text{cost}distl_{lp} * NDISTL_{lpt} \\
& \sum_t \sum_p \sum_{h \in Hp(p)} \text{cost}manh_{hp} * W_{hpt} + \sum_t \sum_p \sum_{h \in Hp(p)} \text{cost}acth_{hp} * WA_{hpt} + \sum_t \sum_p \sum_{h \in Hp(p)} \text{cost}desacth_{hp} * WD_{hpt} + \sum_t \sum_p \sum_{l \in Lp(p)} \sum_{f \in Fl(l)} \text{cost}setupfl_{fp} * ZFL_{fp} + \\
& \sum_t \sum_p \sum_{l \in Lp(p)} \sum_{f \in Fl(l)} \text{cost}setupil_{fp} * NLIL_{fp} + \sum_t \sum_p \sum_{h \in Hp(p)} \sum_{f \in Fh(h)} \text{cost}setupfh_{fp} * ZFH_{fp} + \sum_t \sum_p \sum_{h \in Hp(p)} \sum_{f \in Fh(h)} \text{cost}setupih_{fp} * NLIH_{fp} + \\
& \sum_t \sum_p \sum_{f \in Fp(p)} \text{cost}invint_{fp} * INVINT_{fp} + \sum_t \sum_p \sum_c \text{cost}invmp_{cp} * INVMP_{cpt} + \sum_t \sum_{c \in Cr(r)} \sum_{r \in Rp(p)} \sum_p \text{cost}aprv_{crp} * CTP_{crpt} + \\
& \sum_t \sum_f \sum_{b \in Bf(f)} \text{cost}sc_{fb} * \sum_{a \in Ab(b)} CSCF_{fbat} + \text{cost}fipa * \sum_t \sum_p \sum_{a \in Ap(p)} NVTA_{pat} + \sum_t \sum_p \sum_{a \in Ap(p)} \sum_{f \in Fa(a)} \text{cost}vtpa_{fpa} * \sum_t CTA_{fpat} + \\
& \sum_t \sum_a \sum_{f \in Fa(a)} \text{cost}inva_{fa} * INVA_{fat} + \text{cost}ftacl * \sum_t \sum_a \sum_{q \in Qa(q)} NVTCL_{aqt} + \sum_t \sum_a \sum_{q \in Qa(a)} \sum_{f \in Fq(q)} \text{cost}vtacl_{faq} * \sum_t CTCL_{faq} + \\
& \sum_t \sum_q \sum_{f \in Fq(q)} \text{cost}invcl_{fq} * INVCL_{fq}
\end{aligned}$$

Restricciones del modelo

$$\sum_{f \in Fl(l)} \text{tfabf}_{fp} * MPFL_{fpt} + \sum_{f \in Fl(l)} \text{tseupf}_{fp} * ZFL_{fp} + \sum_{f \in Fl(l)} \text{tseupmedi}_{fp} * NLIH_{fp} = HNL_{lpt} + HEL_{lpt}, \forall t, p, l \in Lp(p) \quad (2)$$

$$\sum_{f \in Fl(l)} \text{tfabf}_{hp} * MPFH_{hpt} + \sum_{f \in Fl(l)} \text{tseupf}_{hp} * ZFH_{fp} + \sum_{f \in Fl(l)} \text{tseupmedi}_{hp} * NLIH_{hp} \leq \text{capfabmax}_{hp} * W_{hpt}, \forall t, p, h \in Hp(p) \quad (3)$$

$$\text{tmf}_f = l \min_{fp} * \text{tfabf}_{fp}, \forall p, l \in Lp(p), f \in Fl(l) \quad (4)$$

$$MPFL_{fpt} \geq l \min_{fp} * ZFL_{fp} \quad \forall t, p, l \in Lp(p), f \in Fl(l), \quad (5)$$

$$MPFL_{fpt} \leq l \text{medi}_f * NLIH_{fp}, \forall t, p, l \in Lp(p), f \in Fl(l) \quad (6)$$

$$MPFH_{hpt} \leq l \text{medi}_h * NLIH_{hp}, \forall t, p, h \in Hp(p), f \in Fh(h) \quad (7)$$

$$HNL_{lpt} \leq b n_{lp} * NTL_{lpt}, \forall t, p, l \in Lp(p) \quad (8)$$

$$HEL_{lpt} \leq b e_{lp} * NTL_{lpt}, \forall t, p, l \in Lp(p) \quad (9)$$

Restricciones del modelo

$$HNL_{lpt} + HEL_{lpt} \leq capfabmaxl_p, \forall p, l \in Lp(p), t \quad (10)$$

$$NTL_{lpt} \leq nmaxturl_p, \forall p, l \in Lp(p), t \quad (11)$$

$$NTL_{lpt} = NTL_{lpt-1} + NINCTL_{lpt} - NDISTL_{lpt}, \forall p, l \in Lp(p), t \quad (12)$$

$$NTL_{lpt} = NTL_{lpt'} \quad \forall p, l, t = 1, 1 + n * tacth \text{ tal que } n * tacth \leq T, t' = t + 1, \dots, t + tacth - 1 \quad (13)$$

$$W_{hpt} = W_{hpt-1} + WA_{hpt} - WD_{hpt-1} \quad \forall p, h \in Hp(p), t = 1, 4, 7, 10 \quad (14)$$

$$W_{hpt} = W_{hpt'} \quad \forall p, h, t = 1, 1 + n * tacth \text{ tal que } n * tacth \leq T, t' = t + 1, \dots, t + tacth - 1 \quad (15)$$

$$ZFL_{flpt} \geq XFL_{flpt} - XFL_{flpt-1}, \forall p, l \in Lp(p), f \in Fl(l), t \quad (16)$$

$$\sum_{f \in Fl(l)} ZFL_{flpt} \geq \sum_{f \in Fl(l)} XFL_{flpt} - 1, \forall p, l \in Lp(p), t \quad (17)$$

$$ZFH_{fhpt} \geq XFH_{fhpt} - XFH_{fhpt-1}, \forall p, h \in Hp(p), f \in Fh(h), t \quad (18)$$

$$\sum_{f \in Fh(h)} ZFH_{fhpt} \geq \sum_{f \in Fh(h)} XFH_{fhpt} - 1, \forall p, h \in Hp(p), t \quad (19)$$

$$\sum_t ZFL_{flpt} \leq n l \max f_f, \forall p, l \in Lp(p), f \in Fl(l) \quad (20)$$

$$\sum_t ZFH_{fhpt} \leq n l \max f_f, \forall p, h \in Hp(p), f \in Fh(h) \quad (21)$$

$$INVINT_{jpt} = INVINT_{jpt-1} + \sum_{l \in Lp(p)} MPFL_{flpt} - \sum_{h \in Hp(p)} MPFH_{fhpt}, \forall p, l \in Lp(p), h \in Hp(p), f \in Fl(l) \cap f \in Fh(h), t \quad (22)$$

$$INVMP_{cpt} = INVMP_{cpt-1} + \sum_{r \in Rc(c)} CTP_{crpt} - \sum_{f \in Fc(c)} (\alpha_{cf} * \sum_{l \in Lp(p)} MPFL_{flpt}), \forall p, c, t \quad (23)$$

$$INVMP_{cpt} \geq smp_{cp}, \forall p, c, t \quad (24)$$

$$\sum_p CTP_{crpt} \leq capaprvc_r, \forall c, r \in Rc(c), t \quad (25)$$

$$\sum_p CTP_{crpt} \geq minaprvc_r, \forall c, r \in Rc(c), t \quad (26)$$

$$CSCF_{fbt} \geq mincs_{fb}, \forall f \in FST, b \in Bf(f), t \quad (27)$$

$$CSCF_{fbt} \geq mincs_{fb} * YSCF_{fbt}, \forall f \in FSP, b \in Bf(f), t \quad (28)$$

$$CSCF_{fbt} \leq caps_{fb}, \forall f \in FST, b \in Bf(f), t \quad (29)$$

$$CSCF_{fbt} \leq caps_{fb} * YSCF_{fbt}, \forall f \in FSP, b \in Bf(f), t \quad (30)$$

$$INVA_{fat} = INVA_{fat-1} + \sum_{p \in Pa(a)} CTA_{fpat} - \sum_{q \in Qa(a)} CTCL_{faqt} - dmfa_{fat}, \forall a, f \in FNS, t \quad (31)$$

$$INVA_{fat} = INVA_{fat-1} + \sum_{p \in Pa(a)} CTA_{fpat} + \sum_{b \in Bf(f)} CSCF_{fbt} - \sum_{q \in Qa(a)} CTCL_{faqt} - dmfa_{fat}, \forall a, f \in FSP, t \quad (32)$$

$$INVA_{fat} = INVA_{fat-1} + \sum_{b \in Bf(f)} CSCF_{fbt} - \sum_{q \in Qa(a)} CTCL_{faqt} - dmfa_{fat}, \forall a, f \in FST, t \quad (33)$$

$$INVA_{fat} \geq ssfa_{fa}, \forall t, a, f \in Fa(a) \quad (34)$$

$$INVA_{fat} \leq invmaxfa_{fa}, \forall a, f \in Fa(a), t \quad (35)$$

$$CTA_{fpat} = \sum_{h \in Hp(p)} (MPFH_{fhpt} * cq_f * (1 - cm_f)), \forall p, a \in Ap(p), f \in Fh(h), t \quad (36)$$

$$\sum_f (CTA_{fpat} * v_f) \leq NVT A_{pat} * captvpa_{pa} \quad \forall p, a \in Ap(p), t \quad (37)$$

$$INVCL_{fq} = INVCL_{fq-1} + \sum_{a \in Aq(q)} CTCL_{faq} - dmfc_{fq}, \forall q, f \in Fq(q), t \quad (38)$$

$$INVCL_{fq} \leq invmaxfc_{fq}, \forall q, f \in Fq(q), t \quad (39)$$

$$\sum_f (CTCL_{faq} * v_f) \leq NVTCL_{aq} * captvac_{aq}, \forall a, q \in Qa(a), t \quad (40)$$

La función objetivo (1) pretende minimizar los costes totales que incluyen los costes relacionados con el proceso productivo, de aprovisionamiento de MP, de subcontratación de FPs y de distribución. Los costes relacionados con el proceso productivo incluyen: costes de horas normales productivas y horas extra de las líneas de producción, los costes fijos de mantener un determinado número de turnos y los de variar dicho número en las líneas de producción; costes de mantener en funcionamiento los hornos y los derivados de la activación/desactivación de los mismos; costes de cambio de partida de FPs y de PFs; coste de inventario de productos semielaborados en los almacenes intermedios de cada planta y coste de inventario de MP en cada planta. Dentro del coste de aprovisionamiento se considera el coste de compra y el de transporte de MP. El coste de subcontratar FPs es el coste de compra de FPs a proveedores de capacidad complementaria de fabricación. Finalmente, en los costes de distribución se incluyen: los costes fijos y variables de transportar las FPs desde las plantas productivas a los almacenes, el coste de almacenar las FPs en los almacenes, los costes fijos y variables de transportar las FPs desde los almacenes a los centros logísticos y el coste de almacenamiento en los centros logísticos.

Las restricciones (2) y (3) hacen referencia a la limitación de capacidad productiva en las líneas de producción y en los hornos (respectivamente). El consumo de capacidad en ambos recursos incluye el tiempo de fabricación de las FPs, tiempo de cambio de partida derivado de los cambios de partida de las FPs y de los PFs dentro de la FP a la que pertenecen.

La restricción (4) establece la relación entre el tiempo mínimo de fabricación durante el cual se debe fabricar una FP para que justifique un cambio de partida y el lote mínimo de la familia en cada línea de producción. La restricción (5) asegura que cada vez que se prepare una línea de producción para fabricar una determinada FP, se fabricará una cantidad mínima. A través de las restricciones (6) y (7) se calcula el número aproximado de lanzamientos de los PFs pertenecientes a una determinada FP, tanto en las líneas de producción como en los hornos.

Las restricciones (8) y (9) limitan el número de horas normales y extras disponibles en las líneas productivas en función del número de turnos asignado a cada una de ellas. A través de la restricción (10) se asegura en cada línea de fabricación que la capacidad productiva no supera a la disponible. La restricción (11) asegura que el número de turnos de las líneas de producción en cualquier periodo de tiempo no supera al número máximo de turnos permitidos.

Por medio de la restricción (12) y (13) se computan la variación en el número de turnos asignados a cada línea de producción en cada periodo y las decisiones sobre activación/desactivación de hornos, respectivamente. La restricción (14) y (15) asegura que las decisiones sobre dotación de capacidad en las líneas y en los hornos sólo pueden modificarse transcurridos un número fijo de periodos (tacth).

A través de las restricciones (16) y (18) se establece que sólo será posible efectuar un cambio de partida de una FP en un periodo t en una línea de producción o en un horno, si se pasa de no fabricar dicha FP en el periodo $t-1$ a fabricarla en el periodo t , respectivamente. Las restricciones (17) y (19) aseguran que en caso de que dos o más FPs se produzcan en dos periodos de tiempo consecutivos en las líneas o en los hornos, respectivamente, sólo será posible ahorrar un cambio de partida de una de las anteriores FPs. Por medio de las restricciones (20) y (21) se limita el número de cambios de partida de cada FPs en cada línea y horno, respectivamente, a un máximo número de lanzamientos para dicha FPs.

La restricción (22) representa la ecuación de balance del inventario de productos semi-elaborados en las plantas de producción, mientras que la restricción (23) representa la ecuación de balance de inventario de MPs en cada planta de producción. Con objeto de no

interrumpir el proceso productivo por falta de MP, se establece un stock de seguridad para cada MP en cada planta productiva (24). Las restricciones (25) y (26) representan las limitaciones máximas y mínimas de abastecimiento de MPs para cada proveedor en cada periodo de tiempo.

Las restricciones (27)-(30) reflejan las limitaciones sobre las cantidades máximas y mínimas de FPs a subcontratar proporcionadas por cada proveedor de capacidad complementaria de fabricación y para los productos que se subcontratan totalmente y parcialmente, respectivamente.

Las restricciones (31)-(33) representan las ecuaciones de balance de inventario de las FP's en los almacenes centrales, distinguiéndose entre las FPs que no se subcontratan, las que se pueden subcontratar parcialmente y las que se subcontratan en su totalidad. La restricción (34) asegura que el nivel de inventario de cada FP en cada periodo de tiempo debe ser superior o igual al stock de seguridad definido en función del nivel de servicio establecido para cada FP. Debido a razones financieras se formula las restricciones (35) que establece que el nivel de inventario de cada FP en cada almacén para cada periodo de tiempo no debe superar un límite máximo con el objetivo de controlar la inversión en inventario y disminuir el riesgo de obsolescencia de las FPs almacenadas.

La restricción (36) establece que únicamente la producción de primera calidad se transporta desde las plantas productivas a los almacenes las FPs. Las restricciones (37) y (40) determinan el número de vehículos que deben emplearse para transportar las FPs desde las plantas a los almacenes y desde los almacenes a los centros logísticos. La capacidad disponible de los vehículos se establece en función del peso debido a que los productos cerámicos son más pesados que voluminosos.

La restricción (38) representa la ecuación de balance de inventario de las FPs en los centros logísticos, mientras que la restricción (39) es análoga a la restricción (35) pero referida a la cantidad almacenada en los Centros Logísticos.

4. Conclusiones

El MILP descrito en el presente artículo se deriva de un caso de estudio de un importante Grupo Industrial de una CdS del sector cerámico español. El modelo se ha desarrollado con el objetivo de mejorar los resultados obtenidos por medio de su proceso actual de PA (Alemany et al., 2009). Ello será posible gracias a la introducción en el modelo de características anteriormente no consideradas o bien sólo consideradas implícitamente por el responsable del PA. Las empresas del sector cerámico presentan una serie de particularidades (Alemany et al., 2009) de cuyo tratamiento no se tiene constancia a nivel de plan agregado en un contexto de CdS. Entre dichas particularidades cabe destacar la importancia de los costes y tiempos de cambio de partida que deberán modelarse incluso a nivel agregado, tamaños de lotes mínimos y restricciones sobre el número de lanzamientos de FPs y PFs. Por otro lado, a nivel agregado es necesario dimensionar la capacidad no sólo productiva sino de transporte así como tener en cuenta las relaciones de interdependencia con proveedores de MP y de PF. Es por ello que en el MILP se decide sobre el número de turnos en líneas, la activación/desactivación de hornos, el número de vehículos necesarios en los diferentes niveles de la etapa de distribución y se reflejan limitaciones sobre cantidades máximas y mínimas de aprovisionamiento.

Referencias

- Alarcón, F.; Lario, F.C.; Bozà, A.; Pérez, D. (2007). Propuesta de marco conceptual para el modelado del proceso de planificación colaborativa de operaciones en contextos de redes de suministro/distribución (RdS/D). XI Congreso de Ingeniería de Organización. International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, Madrid, Septiembre 5–7.
- Alemany, M.M.E.; Alarcón, F.; Lario, F.C.; JJ Boj, J.J. (2009). Caracterización del Proceso de Planificación Colaborativa de una Cadena de Suministro del Sector Cerámico. III International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, Barcelona, Septiembre 2-4. (Pendiente Publicación)
- Alemany, M.M.E.; Boj, J.J.; Alarcón, F.; Lario, F.C. (2008). An application to support the supply chain collaborative planning process under temporal and spatial integration. II International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, Burgos, Septiembre 3-5.
- Bhatnagar, R.; Chandra, P.; Goyal, S.K. (1993). Models for multi-plant coordination. *European Journal of Operational Research*, Vol. 67, pp. 141–160.
- Erengüç, S.S.; Simpson, N.C.; Vakharia, A.J. (1999). Integrated production/distribution planning in supply chains: An invited review. *European Journal of Operational Research*, Vol. 115, pp. 219-236.
- Lario, F.C.; Pérez, D.; Alemany, M.M.E.; Alarcón, F. (2007). Metodología para la determinación del Entorno Decisional de un Centro de Decisión genérico en un contexto jerárquico de Planificación colaborativa de una Red de Suministro/Distribución (RdS/D). I International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, Madrid, September 5-7.
- Liberatore, M.J.; Miller, T. (1985). A Hierarchical Production Planning System. *Interfaces*, Vol. 15, pp. 1-11.
- Özdamar, L.; Birbil, S.I. (1998). Hybrid Heuristics for the capacitated lot sizing and loading problem with setup times and overtime decisions. *European Journal of Operational Research*, Vol. 110, pp. 525-547.
- Özdamar, L.; Birbil, S.I. (1999). A Hierarchical Planning System for Energy Intensive Production Environments. *International Journal of Production Economics*, Vol. 58, pp. 115-129.
- Özdamar, L.; Bozyel, A. (1998). Simultaneous lot sizing and loading of product families on parallel facilities of different classes. *International Journal of Production Research*, Vol. 36, No. 5, pp. 1305-1324.
- Özdamar, L.; Yazgaç, T. (1999). A Hierarchical Planning Approach for a Production-Distribution Systems. *International Journal of Production Research*, Vol. 37, No. 16, pp. 3759-3772.
- Pibernik, R.; Sucky, E. (2007). An Approach to Inter-Domain Master Planning in Supply Chains. *International Journal of Production Economics*, Vol. 108, pp. 200-212.