

Planificación agregada de la producción, la plantilla, el tiempo de trabajo y la tesorería con demanda fuzzy

Orlando Dante Boiteux¹, David Peidro², Josefa Mula², Raúl Poler²

¹ Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales. Universidad Politécnica de Catalunya. Av. Diagonal, 647, 08028. Barcelona. España. Orlando.Boiteux@upc.edu.

² Centro de Investigación de Gestión e Ingeniería de Producción (CIGIP). Universidad Politécnica de Valencia. Escuela Politécnica Superior de Alcoy, Plaza Ferrándiz y Carbonell, 2, 03801. Alcoy, Alicante, España., dapeipa@cigip.upv.es, fmula@cigip.upv.es, rpoler@cigip.upv.es

Palabras clave: Planificación agregada, planificación de la producción, demanda fuzzy

1. Introducción

En este trabajo se propone un modelo de planificación agregada (PA) con demanda fuzzy que integra, junto a la planificación de la producción, la gestión de la tesorería y las finanzas, a corto plazo, y la organización flexible del tiempo de trabajo, con un sistema de cuentas de horas. Esto último, unido al hecho de considerar una relación no lineal entre la dimensión de la plantilla y la capacidad de la planta por unidad de tiempo, implica una relación entre producción y las horas de trabajo disponibles más compleja y realista que la asumida en los modelos tradicionales de PA. En un trabajo previo (Boiteux et al. 2008) se ha desarrollado el modelo de PA determinista que integra las diversas áreas funcionales de la empresa (producción, RRHH, tesorería y finanzas) abriendo nuevas líneas de investigación que llevan a la PA a ser un instrumento de gran importancia en la toma de decisiones para las actividades de las principales áreas funcionales de la empresa y garantiza la coordinación de las mismas, mejorando de esta forma la eficiencia y los beneficios. El modelo propuesto de PA con demanda fuzzy, pretende dar un enfoque más realista que el modelo determinista, en la generación del plan agregado de una compañía en cuanto a los errores que pueda cometer el planificador en sus estimaciones sobre los niveles de demanda futuros.

En los problemas de PA, las situaciones reales son, por lo general, inciertas. El estado futuro del sistema no puede conocerse en su totalidad debido a la información escasa que siempre se tiene de él. Como se comenta en el trabajo de Peidro et al. (2006), este tipo de incertidumbre (de carácter estocástico) se ha gestionado, tradicionalmente, mediante la teoría de la probabilidad y métodos estadísticos. No obstante, la incertidumbre puede presentarse como aleatoriedad, borrosidad (fuzziness) y/o falta de conocimiento o incertidumbre epistémica (Mula et al. 2007). La aleatoriedad viene de la naturaleza aleatoria de los eventos y hace referencia a la incertidumbre relativa a la pertenencia o no pertenencia de un elemento en un conjunto. La borrosidad está relacionada con las restricciones flexibles o fuzzy modeladas con conjuntos difusos (Bellman y Zadeh, 1970). La incertidumbre epistémica concierne a los parámetros que no se conocen bien y que se modelan a través de intervalos fuzzy en el marco de la teoría de la posibilidad (Dubois y Padre, 1988). En este trabajo se considera la incertidumbre epistémica de la demanda modelada a través de un enfoque basado en la teoría de la posibilidad.

En este artículo, se adopta como base de trabajo el modelo determinista propuesto en Boiteux et al. (2008) al que se incluye la incertidumbre epistémica en los niveles de demanda pronosticados para un horizonte temporal de planificación. Otros trabajos anteriores pueden consultarse en Peidro et al. (2007 y 2009) y Mula et al. (2006, 2007 y 2008).

2. Modelo de PA con demanda fuzzy basado en el modelo de Gen et al. (1992).

Para el modelo propuesto de planificación agregada de la producción, la plantilla, el tiempo de trabajo y la tesorería con demanda fuzzy, se adopta como base el enfoque propuesto por Gen et al. (1992) para transformar un problema de programación lineal multi-objetivo fuzzy, en el que todos los parámetros fuzzy del problema se representan por números triangulares fuzzy, en un problema de programación lineal multi-objetivo determinista. En este caso, se va a aplicar el enfoque de Gen et al. (1992) a un problema con una única función objetivo, y un único coeficiente fuzzy, que es el dato de la demanda para cada período.

Los parámetros fuzzy considerados en este modelo se representan con números fuzzy positivos de forma triangular $\tilde{r} = (r_1, r_2, r_3)$ (ver figura 2.1) cuya función de pertenencia se define como:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{1}{r_2 - r_1}(x - r_1) & \text{si } (r_1 \leq x \leq r_2) \\ \frac{1}{r_2 - r_3}(r_2 - x) & \text{si } (r_2 \leq x \leq r_3) \\ 0 & \text{si } (x \leq r_1, r_3 \leq x) \end{cases} \quad [1]$$

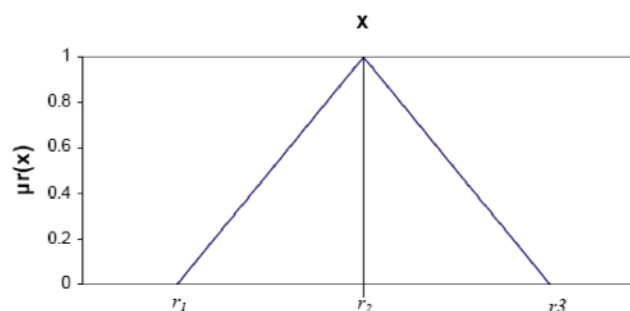


Figura 2.1. Número fuzzy triangular. (Fuente: Gen et al. (1992)).

El enfoque de transformación de Gen et al. (1992) es un método de transformación generalizado que es aplicable a cualquier tipo de restricción y función objetivo (maximización y minimización) fuzzy. El operador utilizado por los autores es el min-operador (Bellman y Zadeh, 1970).

Aplicando este enfoque a la demanda fuzzy se obtiene:

Parámetro	Números fuzzy triangulares
D_{it}	$\tilde{D}_{it} = \{D1_{it}, D2_{it}, D3_{it}\}$

Tabla 2.1. Números fuzzy triangulares según el modelo de Gen et al. (1992).

A continuación se muestran las restricciones que han sido modificadas, por la consideración de incertidumbre en la demanda, en el modelo de PA propuesto por Boiteux et al. (2008), permaneciendo las demás restricciones sin variantes.

$$q_{pt}^{Pp} + q_{i,(t-1)}^{Ps} - q_{it}^{Ps} \leq (1-\alpha) \cdot D3_{it} + \alpha \cdot D2_{it} \quad \forall i \in P; t=1, \dots, T$$

[2]

$$q_{pt}^{Pp} + q_{i,(t-1)}^{Ps} - q_{it}^{Ps} \geq (1-\alpha) \cdot D1_{it} + \alpha \cdot D2_{it} \quad \forall i \in P; t=1, \dots, T \quad [3]$$

$$\sum_{\tau=t+1}^{t+T^{CU}} (I_{i,\tau,(t+T^{CU})}^C / r_{\tau-1}^{CU}) = c_{it}^P \cdot (q_{pt}^{Pp} + q_{i,(t-1)}^{Ps} - q_{it}^{Ps}) \quad \forall i \in P; t=1, \dots, T - T^{CU} \quad [4]$$

$$\sum_{\tau=t+1}^T (I_{i,\tau,(t+T^{CU})}^C / r_{\tau-1}^{CU}) + Bfin_{i,(t+T^{CU})}^{CU} = c_{it}^P \cdot (q_{pt}^{Pp} + q_{i,(t-1)}^{Ps} - q_{it}^{Ps})$$

$$\forall i \in P; t = T - T^{CU} + 1, \dots, T \quad [5]$$

$$B^{IS} = \sum_{i=1}^{t^f} \sum_{i \in P} c_{it}^P \cdot (q_{pt}^{Pp} + q_{i,(t-1)}^{Ps} - q_{it}^{Ps}) \cdot (1 - r^{IVA}) + \sum_{i \in P} ((q_{iT}^{Ps} \cdot c_{iT}^P) - (q_i^{Ps0} \cdot c_{i1}^P)) +$$

$$\sum_{m \in M} ((q_{mT}^{Ms} \cdot c_{mT}^M) - (q_m^{Ms0} \cdot c_{m1}^M)) - \sum_{t=1}^{t^f} \sum_{m \in M} c_{mt}^M \cdot q_{mt}^{Mr} \cdot (1 - r^{IVA}) - \sum_{t \in T^C} (c_t^{W+} \cdot w_t^+) -$$

$$\sum_{j \in W0} \sum_{t \in T^D} (c_{jt}^{np0} + c_{jt}^{p0}) - \sum_{p \in T^S} \sum_{|1 \leq p \leq t^f} (c_p^W \cdot (w_\tau^r - w_\tau) / (p - t_p^{S-})) \cdot (1 - r^{Rss} - r) -$$

$$\sum_{t=1}^{t^f} c_t^{sub} - \sum_{\tau \in T^C} \sum_{\tau < t^f} c_{\tau}^{-} - \sum_{t \in T^D} \sum_{\tau < t^f} c_{\tau}^{he} \cdot Q_{\tau}^{he} - \sum_{t=1}^{t^f} \sum_{i \in P} c_{it}^{Psub} \cdot q_{it}^{Psub} \cdot (1 - r^{IVA}) -$$

$$\sum_{p \in T^S} \left[(O_p^W) + \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^p r^{RSS} \cdot (c_p^W \cdot (w_\tau^r - w_\tau) / (p - t_p^{S-})) - ((O_{\tau}^I + O_{\tau}^{SE} - I_{\tau}^G) \cdot (1 - r^{IVA})) \right] -$$

$$\sum_{t=1}^{t^f} \left[\sum_{i \in P} c_{it}^{Ps} \cdot q_{it}^{Ps} + \sum_{m \in M} c_{mt}^{Ms} \cdot q_{mt}^{Ms} + \sum_{i \in P} c_{it}^S \cdot q_{it}^{Pp} \right] \cdot (1 - r^{IVA}) - \sum_{p \in T^T} O_p^{IRPF} -$$

$$\sum_{p \in T^T} \sum_{|1 \leq p \leq t^f} \sum_{t \in [t_p^{T-}+1, \dots, p]} \sum_{\tau=t_i^{S-}+1}^t r^{IRPF} \cdot (c_t^W \cdot (w_\tau^r - w_\tau) / (t - t_i^{S-})) -$$

$$\sum_{t=1}^{t^f} \left[\sum_{k \in B} r_{kt}^{BI} \cdot q_k^B + \sum_{k \in LA} (c_k^{LA} \cdot \delta_k^{LA} + r_k^{LAc} \cdot q_k^{LA}) \right] -$$

$$\sum_{t=1}^{t^f} \sum_{k \in LA \cup LA0} \sum_{t \in T_k^{LA}} \sum_{\tau=t_i^{LA-}+1}^t (r_k^{LAI} \cdot B_{k\tau}^{LA} + r_k^{LAI} \cdot (q_k^{LA} - B_{k\tau}^{LA})) +$$

$$\sum_{k \in TD \cup TD0} \sum_{t \in T_k^{TD}} \sum_{\tau=t_i^{TD}}^{\min(t^f-1, t^f-1)} (r_{k,\tau}^{TD} - r_{k\tau}^{TD}) \cdot B_{k\tau}^{TD} +$$

$$\sum_{k \in TD \cup TD0} \sum_{t \in T_k^{TD}} \sum_{\tau=t_i^{TD}}^{\min(t^f-1, t^f-1)} \sum_{t=\max(1, \tau+1)}^{\min(t^f, t^f-1)} (r_{kt}^{TD} - r_{k\tau}^{TD}) \cdot v_{k\tau}^{TD} +$$

$$\sum_{k \in FI \cup FI0} \sum_{t \in T_k^{FI}} \sum_{\tau=t_i^{FI}}^{t^f-1} (r_{kt}^{FI} - r_{k\tau}^{FI}) \cdot B_{k\tau}^{FI} + \sum_{k \in FI \cup FI0} \sum_{t \in T_k^{FI}} \sum_{\tau=t_i^{FI}}^{t^f-1} \sum_{t=\max(1, \tau+1)}^{\min(t^f, t^f-1)} (r_{kt}^{FI} - r_{k\tau}^{FI}) \cdot v_{k\tau}^{FI} +$$

$$\sum_{k \in DP} \sum_{\substack{t_k^{DP} < t^f \\ t = t_k^{DP} + 1}}^{\min(t_k^{DP}, t^f)} r_{kt}^{DP} \cdot o_k^{DP} + \sum_{p \in T^{CC+}} r^{CC+} \cdot \Delta B_p^{CC+p} - \sum_{t=1}^{t^f} \sum_{p \in T^{CC} | t=p} \left[r^{CC-} \cdot \left(\sum_{\tau=t_p^{CC-}+1}^p B_{\tau}^{CC-} \right) / (p - t_p^{CC-}) + r^{CCp} \cdot d_p^{CC} \right] - \text{Amortizaciones} \quad [6]$$

$$\begin{aligned} o_t^{CC} = & \sum_{m \in M} \sum_{t > 1}^{t+T^{PS}-1} \sum_{\tau=t}^{T^{PS}} o_{m\tau}^{PS} + \sum_{\tau \in [t, \dots, T^{PS}]} o_{t\tau}^{PS} + \sum_{p \in T^S} \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^p c_{\tau}^{he} \cdot Q_{\tau}^{he} + \\ & \sum_{p \in T^S} \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^p (c_p^W \cdot (w_{\tau}^r - w_{\tau}) / (p - t_p^{S-})) \cdot (1 - r^{Rss} - r^{IRPF}) + \\ & \sum_{i \in P} c_{it}^S \cdot q_{it}^{Pp} + \sum_{p \in T^C} c_p^{W+} \cdot w_p^+ + \sum_{j \in W} \sum_{p \in T^D} (c_{jp}^{np0} + c_{jp}^{p0}) + \sum_{\tau \in T^C} \sum_{p \in T^D} c_{\tau p}^- + \\ & \sum_{p \in T^S} (O_p^W + O_p^J + O_p^{SE}) + \sum_{i \in P} c_{it}^{Ps} \cdot q_{it}^{Ps} + \sum_{m \in M} c_{mt}^{Ms} \cdot q_{mt}^{Ms} + \\ & c_t^{sub} + \sum_{p \in T^S} \sum_{\tau=t_p^{S-}+1}^p r^{Rss} \cdot (c_p^W \cdot (w_{\tau}^r - w_{\tau}) / (p - t_p^{S-})) + \\ & \sum_{k \in LA} (c_k^{LA} \cdot \delta_k^{LA} + r_k^{LAc} \cdot q_k^{LA}) + \sum_{p \in T^T} O_p^{IRPF} + \\ & \sum_{p \in T^T} \sum_{j \in [t_p^{T-}+1, \dots, p]} \sum_{j \in T^S} r^{IRPF} \cdot (c_j^W \cdot (w_{\tau}^r - w_{\tau}) / (j - t_j^{S-})) + \\ & \sum_{p \in T^{IVA}} \sum_{\tau=t_p^{IVA-}+1}^p r^{IVA} \cdot \left[\sum_{i \in P} c_{i\tau}^P \cdot (q_{p\tau}^{Pp} + q_{i(\tau-1)}^{Ps} - q_{i\tau}^{Ps}) \right] - \left[\sum_{m \in M} c_{m\tau}^M \cdot q_{m\tau}^{Mr} + \sum_{i \in P} c_{i\tau}^S \cdot q_{i\tau}^{Pp} + O_{\tau}^J \right] + \\ & o_t^{BI} + \sum_{k \in Bp} r_{kt}^{BI} \cdot q_k^B + \sum_{b \in B} o_{bt}^{BR} + \sum_{k \in Bp} r_{kt}^{BR} \cdot q_k^B + \\ & \sum_{k \in LA \cup LA0} \left[r_k^{LAI} \cdot \left(\sum_{\tau=t_k^{LA-}+1}^t B_{k\tau}^{LA} \right) + r_k^{LAI} \cdot \left(\sum_{\tau=t_k^{LA-}+1}^t (q_k^{LA} - B_{k\tau}^{LA}) \right) \right] + \\ & \sum_{k \in LA \cup LA0} f_{kt}^{LA} + \sum_{k \in LA \cup LA0} B_{kt}^{LA} + \sum_{k \in TD \cup TD0} r_{kt}^{TD} \cdot o_{kt}^{TD} + \sum_{k \in FI \cup FI0} r_{kt}^{FI} \cdot o_{kt}^{FI} + \sum_{k \in DP} o_k^{DP} + \\ & \sum_{p \in T^{CC}} \left[r^{CC-} \cdot \left(\sum_{\tau=t_p^{CC-}+1}^p B_{\tau}^{CC-} \right) / (p - t_p^{CC-}) + r^{CCp} \cdot d_p^{CC} \right] + \sum_{\tau \in T^{IS}} O_{\tau}^{IS} + \\ & \sum_{\tau \in T^{IS}} r^{ISp} \cdot (r^{IS} \cdot (B_0^{IS} + B^{IS})) + \sum_{p \in [1, \dots, 3]} (r^{IS} \cdot (B_0^{IS} + B^{IS}) - B_0^{IS}) \quad t = 1, \dots, T \quad [7] \end{aligned}$$

donde α es un valor de corte tal que $0 \leq \alpha \leq 1$. Para la resolución del problema, se debe establecer α paramétricamente y obtener el valor de la función objetivo para cada uno de los $\alpha \in [0, 1]$. Sin embargo, el resultado es un conjunto difuso y el planificador tiene que decidir que par (α, B^{IS}) considera óptimo si desea obtener una solución precisa, siendo B^{IS} el beneficio a maximizar, como función objetivo.

3. Experimento computacional

Para observar el comportamiento del modelo se ha realizado un experimento computacional, con once ejemplos con igual valor para los datos de entrada, pero variando los valores de α entre 0 y 1 con un paso de 0,1.

La experiencia computacional se ha llevado a cabo con un PC de mesa y el optimizador comercial ILOG OPL Development Studio 4.2: CPLEX. En ella se desarrolla la ejecución del modelo de PA con demanda fuzzy y el modelo determinista para una posterior comparación de las decisiones propuestas por el plan agregado resultante en cada caso.

A continuación, puede observarse en la tabla 4.1, para cada valor de α el valor óptimo de B^{IS} correspondiente, y además se muestra la tolerancia de la función objetivo respecto a la cota de mejor valor (GAP) y el tiempo de resolución en cada ejemplo.

α	Beneficio	GAP	Tiempo de ejecución
0	53.701.809	0,62%	13' 40"
0,1	53.117.506	0,72%	36' 00"
0,2	52.720.757	0,84%	15' 00"
0,3	52.140.370	0,74%	30' 00"
0,4	51.525.540	1,08%	18' 00"
0,5	51.312.742	0,67%	16' 20"
0,6	50.795.874	0,65%	13' 00"
0,7	50.367.501	0,62%	31' 50"
0,8	49.882.135	0,77%	27' 30"
0,9	49.318.975	0,66%	40' 00"
1	48.919.557	0,57%	08' 06"
Modelo Determinista	48.919.557	0,57%	08' 06"

Tabla 3.1. Tabla de resultados del experimento computacional con el modelo de PA con demanda fuzzy y el modelo de PA determinista propuesto por Boiteux et al. (2008).

Se observa en la tabla 3.1, que a inferior valor de la función de pertenencia α , el beneficio es mayor. Con respecto a los valores de tolerancia de GAP no indican ninguna diferencia que se pueda atribuir a la función de pertenencia α . El tiempo de resolución o ejecución para alcanzar estos valores tampoco determinan diferencias, excepto en el modelo determinista, el cual se resuelve en un tiempo inferior a los demás.

4. Aplicación de un método interactivo de resolución para tomar una decisión sobre los resultados del experimento computacional

Para el análisis de las soluciones encontradas con el modelo de PA con demanda fuzzy se ha utilizado un método interactivo de resolución propuesto por Jiménez et al. (2007), en el que se resuelve un problema de programación lineal donde todos o algunos de sus parámetros son números fuzzy. Con este método se puede seleccionar la solución final desde una relación entre la aceptabilidad de la solución (dependiendo del valor de la función de pertenencia del método fuzzy utilizado) y el grado de satisfacción (el que proponga la empresa) que se logra con cada una de las soluciones encontradas.

En primer lugar, el decisor establece la siguiente función de satisfacción (figura 4.1);

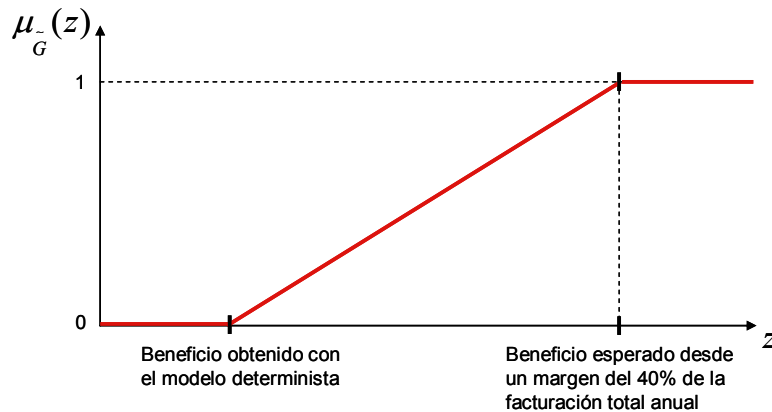


Figura 4.1. Función de satisfacción propuesta.

Como se aprecia con un beneficio inferior al que se obtiene con el modelo determinista la función de satisfacción es igual a cero, para valores del beneficio que van desde el anterior hasta el beneficio que la compañía espera como ideal (que es un 40% de la facturación anual), la función de satisfacción crece linealmente hasta uno, y a partir de este valor de beneficio esperado la función de satisfacción es igual a uno.

Para este trabajo se propone considerar todos los valores de α , aunque en Jiménez et al. (2007), consideran que los más cercanos a cero no son aceptables o muy poco aceptables, con el fin de observar cómo se comporta en todo el rango de valores de α (desde 0 a 1 con paso de 0,1).

El beneficio obtenido con el modelo determinista es de 48.919.557 unidades monetarias, y el beneficio que la compañía espera en función del 40% de lo esperado a facturar en el horizonte de planificación es de 56.181.370. Con estos valores se propone la función de satisfacción como se aprecia a continuación:

$$\mu_{\tilde{G}} = \begin{cases} 1 & \text{si } z \geq 56.181.370 \\ \frac{48.919.557-z}{48.919.557-56.181.370} & \text{si } 48.919.557 \leq z \leq 56.181.370 \\ 0 & \text{si } z \leq 48.919.557 \end{cases} \quad [8]$$

Posteriormente se calculan los índices de compatibilidad de cada solución:

$$\begin{aligned} K_{\tilde{G}}(z^0(0)) &= 0,659; & K_{\tilde{G}}(z^0(0.1)) &= 0,578; & K_{\tilde{G}}(z^0(0.2)) &= 0,523; & K_{\tilde{G}}(z^0(0.3)) &= 0,444; \\ K_{\tilde{G}}(z^0(0.4)) &= 0,359; & K_{\tilde{G}}(z^0(0.5)) &= 0,330; & K_{\tilde{G}}(z^0(0.6)) &= 0,258; & K_{\tilde{G}}(z^0(0.7)) &= 0,199; \\ K_{\tilde{G}}(z^0(0.8)) &= 0,133; & K_{\tilde{G}}(z^0(0.9)) &= 0,055; & K_{\tilde{G}}(z^0(1)) &= 0 \end{aligned}$$

A continuación se obtiene la relación o balance entre el grado de factibilidad de las restricciones y el grado de satisfacción del objetivo (según Jiménez et al. (2007)):

$$\begin{aligned} \mu_{\bar{D}}(x^0(0)) &= 0 \cdot 0,659 = 0; & \mu_{\bar{D}}(x^0(0.1)) &= 0.1 \cdot 0,578 = 0,058; \\ \mu_{\bar{D}}(x^0(0.2)) &= 0.2 \cdot 0,523 = 0,105; & \mu_{\bar{D}}(x^0(0.3)) &= 0.3 \cdot 0,444 = 0,133; \\ \mu_{\bar{D}}(x^0(0.4)) &= 0.4 \cdot 0,359 = 0,144; & \mu_{\bar{D}}(x^0(0.5)) &= 0.5 \cdot 0,330 = 0,165; \\ \mu_{\bar{D}}(x^0(0.6)) &= 0.6 \cdot 0,258 = 0,155; & \mu_{\bar{D}}(x^0(0.7)) &= 0.7 \cdot 0,199 = 0,140; \\ \mu_{\bar{D}}(x^0(0.8)) &= 0.8 \cdot 0,133 = 0,106; & \mu_{\bar{D}}(x^0(0.9)) &= 0.9 \cdot 0,055 = 0,050; \\ \mu_{\bar{D}}(x^0(1)) &= 1 \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

Se puede observar que la solución óptima para $\alpha=0,5$ es la que alcanza el mayor balance o relación (0,165). Por lo que se puede considerar según este método como la solución más apropiada según el compromiso entre la factibilidad en las restricciones y el grado de satisfacción del objetivo propuesto por la compañía.

Por razones de espacio, a continuación se muestran de forma grafica sólo algunos resultados del plan agregado seleccionado para la función de pertenencia para $\alpha=0,5$. En primer lugar, en la figura 4.2 se aprecia la evolución de la plantilla, propuesta por el plan agregado escogido, considerando contrataciones o despidos de personal permanente y la contratación de personal temporal. En ésta se observa la plantilla efectiva, en la que se considera el efecto de aprendizaje de los nuevos trabajadores y el rendimiento inferior de los trabajadores temporales.

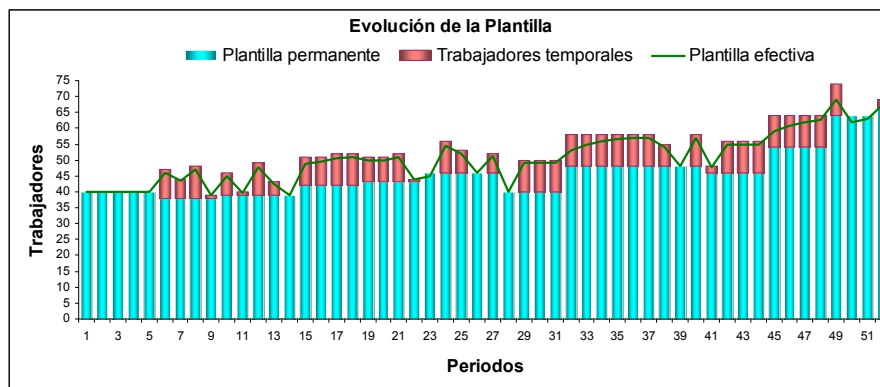


Figura 4.2. Evolución de la plantilla para $\alpha=0,5$.

En la figura 4.3 se muestra la jornada laboral en cada periodo del horizonte de planificación haciendo uso de las cuentas de horas y del tiempo de trabajo extra.

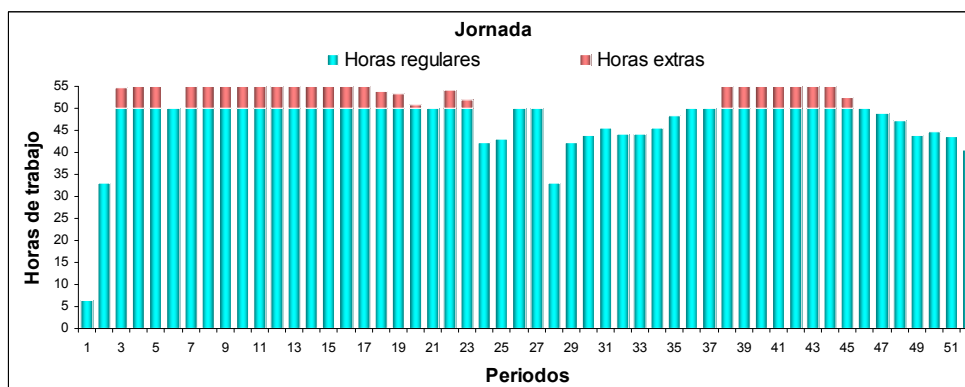


Figura 4.3. Jornada de trabajo para $\alpha=0,5$.

En la figura 4.4 se presenta la evolución de los niveles de producción dependiendo de los valores de la demanda en cada periodo, generando o no producción para stock. Además se observan los valores de la demanda pronosticada y su margen de incertidumbre ($\pm 10\%$).

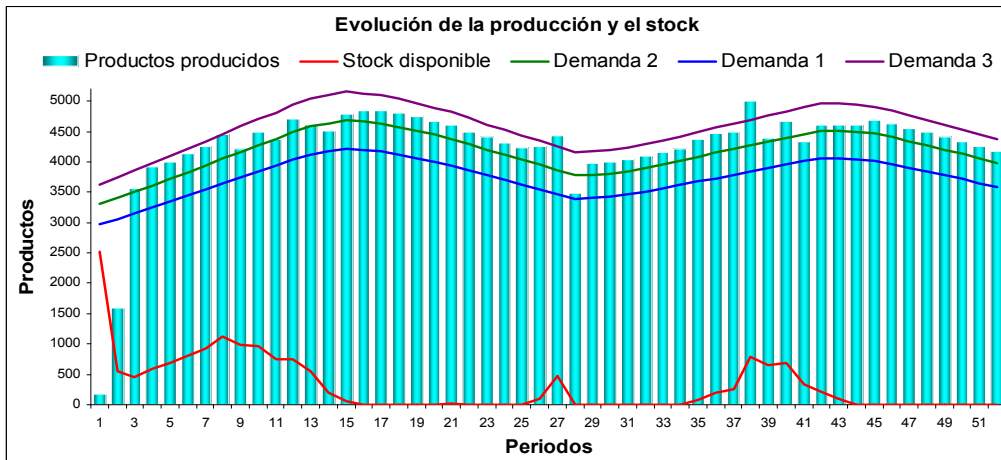


Figura 4.4. Niveles de demanda propuestos, de producción y stock obtenidos para $\alpha=0,5$.

En la figura 4.5 se aprecian los cobros y pagos realizados en cada periodo, teniendo en cuenta la posibilidad del pronto pago a proveedores y el adelanto de cobros a los clientes.

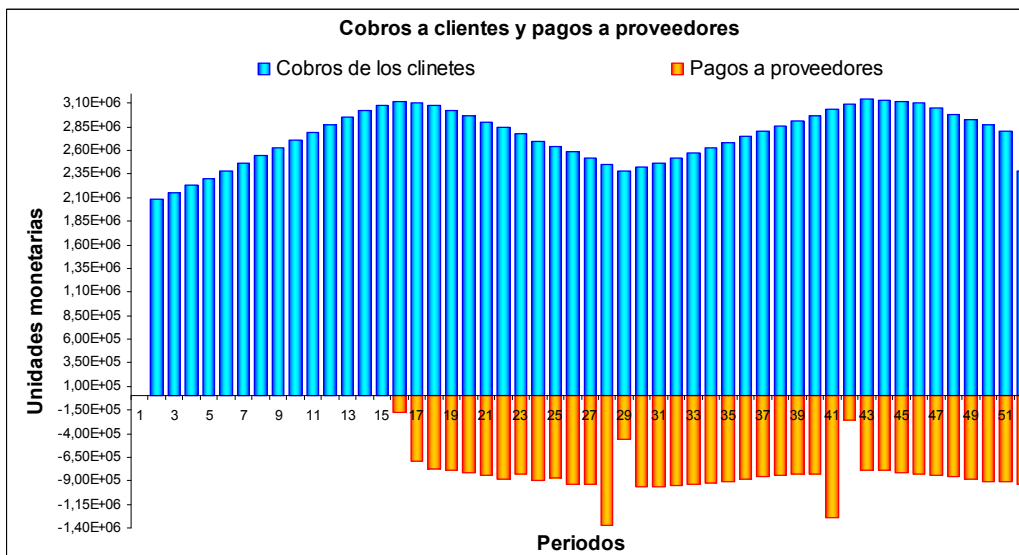


Figura 4.5. Cobros a clientes y pagos a proveedores para $\alpha=0,5$.

En la figura 4.6 se muestra la evolución de la tesorería, cuyos ingresos y salidas de dinero se realizan desde la cuenta corriente contratada anteriormente al inicio del horizonte temporal, para el plan agregado resultante con $\alpha=0,5$.

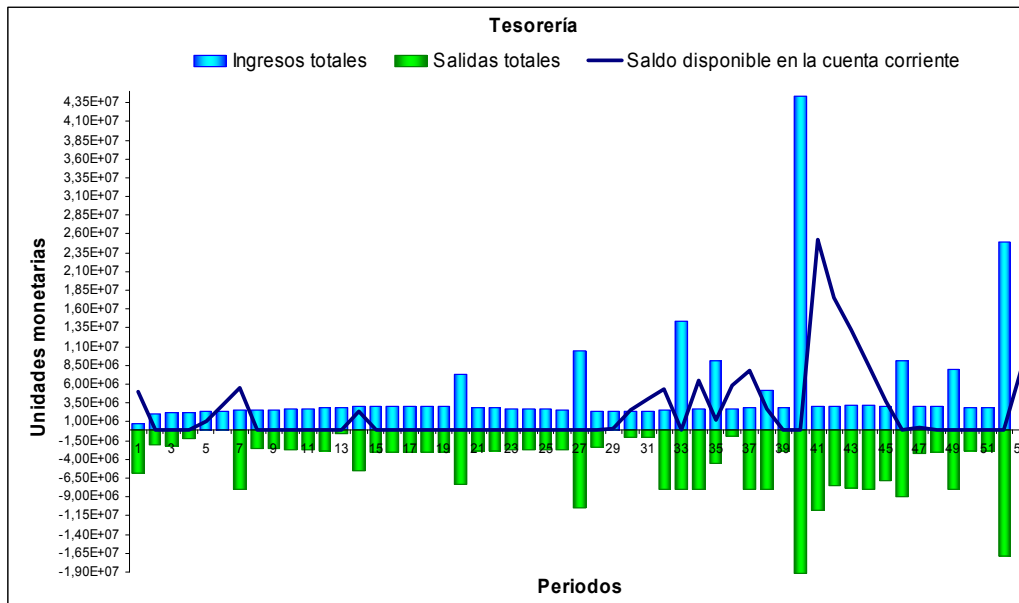


Figura 4.6. Evolución de la tesorería para $\alpha=0,5$.

Éstas son algunas de las salidas propuestas por el plan agregado resultante del modelo de PA con demanda fuzzy para un valor de función de pertenencia $\alpha=0,5$.

5. Conclusiones

Con el modelo fuzzy desarrollado se obtiene un mayor margen de aplicación (o mayor flexibilidad). Así, se tiende a producir más por la razón de alcanzar el mayor beneficio total posible dentro de la incertidumbre existente. Debido a ello con el modelo fuzzy se genera la necesidad de más tiempo de trabajo extra y un tamaño de plantilla superior.

La consideración de la demanda fuzzy es un aporte más realista al modelo de PA propuesto en Boiteux et al. (2008), debido a que el planificador puede poseer cierto grado de incertidumbre en cuanto a los pronósticos de demanda para todo el horizonte temporal, mientras que con el modelo fuzzy pueden considerarse estos grados de incertidumbre.

En función de lo incierta que sea la información que pueda obtener el planificador desde el departamento de ventas y de las demandas históricas, será la desviación que puedan tener los datos de demanda en cada periodo y ajustarse más o menos la función de pertenencia, con la cual podrá escogerse la PA resultante más conveniente.

Por último, con el método interactivo propuesto en Jiménez et al. (2007), y aplicado en este trabajo, se puede establecer de forma práctica la toma de decisión de cuál puede ser el plan agregado más conveniente para ser implementado en la compañía, en función de la factibilidad de los datos utilizados y la satisfacción de la empresa.

Referencias

Bellman, R.E.; Zadeh, L.A. (1970). Decision making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17, 141-164.

Boiteux, O.D.; Corominas, A.; Lusa, A.; Martínez, C. (2008). Modelo de planificación agregada de la producción, la plantilla, el tiempo de trabajo y la tesorería. II International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management. Burgos, Septiembre 2008.

Dubois, D.; Prade, H. (1988). *Possibility theory*. Plenum Press. New York.

- Gen, M.; Tsujimura, Y.; Ida, K. (1992). Method for solving multiobjective aggregate production planning problem with fuzzy parameters. *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 23, Nos. 1-4, pp. 17-120.
- Jiménez, M.; Arenas, M.; Bilbao, A.; Rodríguez, M.V. (2007). Linear programming with fuzzy parameters: An interactive method resolution. *European Journal of Operational Research*, 177, pp. 1599-1609.
- Mula, J.; Poler, R.; Garcia, J.P. (2006). MRP with flexible constraints: A fuzzy mathematical programming approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(1), pp. 74-97.
- Mula, J.; Poler, R.; Garcia-Sabater, J.P. (2007). Material Requirement Planning with fuzzy constraints and fuzzy coefficients. *Fuzzy Sets and Systems*, 158 (7), pp. 783-793.
- Mula, J.; Poler, R.; Garcia, J.P. (2008). Capacity and material requirement planning modelling by comparing deterministic and fuzzy models. *International Journal of Production Research*, 46 (20), pp. 5589-5606.
- Peidro, D. (2006). Modelos para la planificación táctica centralizada de una Cadena de Suministro bajo incertidumbre. Aplicación en una cadena de suministro del sector del automóvil. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.
- Peidro, D.; Mula, J.; Poler, R. (2007). Suplí chain planning under uncertainty: a fuzzy linear programming approach. *Fuzzy Systems Conference, 2007. FUZZ-IEEE 2007. IEEE International*, 1-6.
- Peidro, D.; Mula, J.; Poler, R.; Verdegay, J.L. (2009). Fuzzy optimization for supply chain planning under supplí, demand and process uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems*, In Press, Corrected Proof, Available online 4 March 2009, ISSN 0165-0114, DOI: 10.1016/j.fss.2009.02.021.