4th International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management
XIV Congreso de Ingeniería de Organización
Donostia- San Sebastián , September 8th -10th 2010

Fijación de Precios y Optimización de Ingresos: Aplicación al Sector Hotelero[2]

Pierre Chapon[1], Marc Chesney[2], Pablo Solana[1], Felipe Ruiz[1]

[1] Dpto. de Ingeniería de Organización, Administración de Empresas y Estadística. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Universidad Politécnica de Madrid. José Gutiérrez Abascal, 2, 28006 Madrid. pierre.chapon1@gmail.com, psolana@etsii.upm.es, fruiz@etsii.upm.es.
[2]University of Zurich. Swiss Banking Institute of University of Zurich. Plattenstrasse, 14, 8032 Zurich. chesney@isb.uzh.ch.

Resumen

Se plantea un modelo para optimizar los ingresos por ocupación de un hotel durante un determinado período de tiempo. Las variables de decisión son el nivel de ocupación por reservas, a partir del cual se realiza una subida de la tarifa, y el momento a partir del que la tarifa se incrementa. La función objetivo es la maximización de los ingresos totales esperados. Considerando que las llegadas de reservas siguen procesos de Poisson, se formula y representa gráficamente la función objetivo. Asimismo se analizan las sensibilidades a la variación de los distintos parámetros que definen el problema.

Keywords: revenue management, price setting, real options

1. El Contexto de la Gestión de Ingresos.

1.1. Orígenes y concepto

La Gestión de Ingresos tiene su origen en la década de 1980, empleándose para optimizar la asignación de capacidades a las diferentes clases de tarifas, en el sector aéreo de los Estados Unidos (EUA) y, en concreto, por parte de American Airlines.

La aplicación de la Gestión de Ingresos se centra en entornos en los que se dan las siguientes condiciones: (i) el vendedor dispone de una capacidad determinada de bienes o servicios perecederos; (ii) los clientes tienen la posibilidad de reservar los productos o servicios con antelación; (iii) el vendedor gestiona diferentes tipos de tarifas definidas, al menos, en el corto plazo; y (iv) el vendedor puede modificar la disponibilidad de las diferentes tarifas a lo largo del tiempo.

1.2. Diferentes niveles en la Gestión de Ingresos

Suelen considerarse tres niveles: estratégico, táctico y el control de reservas.

El nivel estratégico consiste en la identificación de los distintos segmentos de clientes, de productos para cada segmento, y de tarifas para cada producto.

El nivel táctico calcula y actualiza las disponibilidades para cada clase de tarifa. Se subdivide, a su vez en: (i) asignación de capacidad; (ii) gestión en redes; y (iii) "overbooking". La

[2]Este trabajo deriva de la participación de sus autores en un proyecto de investigación financiado por la Dirección General de Investigación del Ministerio de Educación y Ciencia con referencia C05051502, titulado "Sistema avanzado de ayuda a la toma de decisiones en la gestión hotelera".

asignación de capacidad calcula las disponibilidades en cada clase, teniendo en cuenta las posibilidades de cancelación. La gestión en redes tiene en cuenta

las reservas de productos que consumen varios recursos: p. ej.: vuelos con combinaciones o estancias de varias noches en un hotel. El "overbooking" considera el aprovechamiento de aceptar un número de reservas superior a la capacidad, para tener en cuenta las posibilidades de cancelación o de no consumición.

El control de reservas consiste en el proceso automático de aceptación o rechazo de pedidos en cada clase de tarifa.

1.3. Segmentación básica de clientes

En el caso de la optimización de ingresos en numerosos sectores, se distinguen dos tipos de clientes que, para simplificar, se denominarán: Turista y Negocios.

El cliente Turista tiene, como características principales a efectos del modelo: una alta sensibilidad al precio y realiza sus reservas con mucha antelación. Por el contrario, el cliente Negocios tiene una baja sensibilidad al precio y realiza sus reservas con poca antelación.

La política de precios al cliente Turista es, en general, aplicarle una tarifa con descuentos P_1; mientras que al cliente Negocios se le aplica, en general, una tarifa sin descuentos P_2.

1.4. Focalización en la asignación de capacidad: modelo de Littlewood

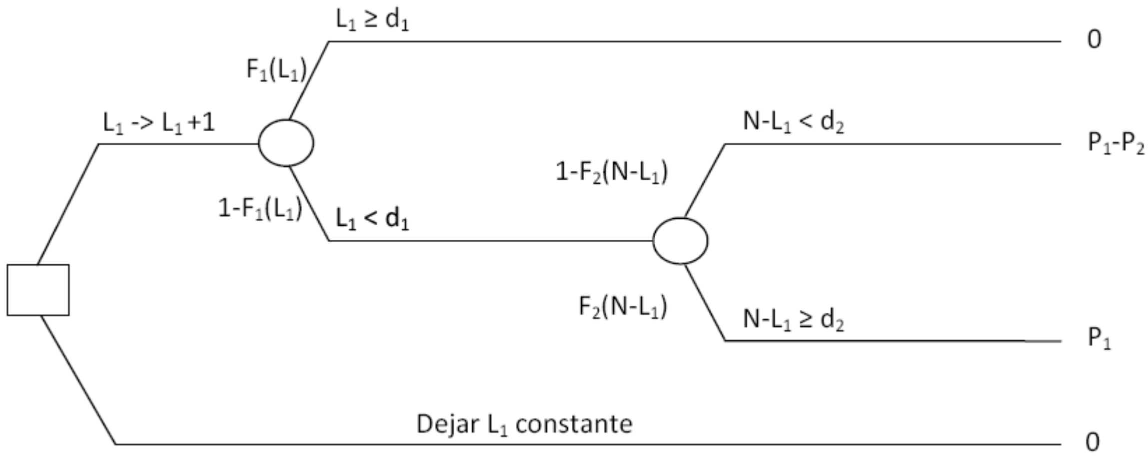
El modelo de Littlewood (1972) considera un producto sencillo, por ejemplo un vuelo directo o evento deportivo; no aprovecha posibles cancelaciones de clientes y considera las demandas de los distintos segmentos como independientes. En el presente trabajo se aplicará a la gestión hotelera.

El modelo parte de una capacidad N y de un período de reserva T, con dos clases de tarifas: P_1 para clientes tipo 1 (descuento) y P_2 para clientes tipo 2. La previsión de demanda viene dada por $F_i(x)$, que representa la probabilidad de que la demanda de los clientes tipo i sea menor o igual que x.

La variable de decisión es L_1, que representa el número de habitaciones que se acepta vender al precio P_1. El objetivo es maximizar los ingresos esperados totales.

El problema está en que, si se elige un L_1 demasiado bajo, se corre el riesgo de rechazar clientes tipo 1, y de no encontrar suficiente número de clientes tipo 2 para cubrir la capacidad disponible N. Por el contrario, si se elige un L_1 demasiado alto, se corre el riesgo de aceptar demasiados clientes tipo 1, cuando podría rellenarse la capacidad con clientes tipo 2, a un precio más elevado. Esquemáticamente, puede representarse mediante el árbol de la Figura 1. La determinación del nivel óptimo L_1^* se alcanza cuando, al incrementar en una unidad el nivel L_1, los ingresos esperados no varían. El criterio de optimalidad viene definido por la regla de Littlewood, indicada a continuación, en la que L_1^* representa el nivel óptimo para L_1:

$$F_2(N - L_2) = 1 - (P_1 / P_2)$$



$$E(L_1) = F_1(L_1).\,0 + [1 - F_1(L_1)].\left[\left(1 - F_2(N - L_1)\right).(P_1 - P_2) + F_2(N - L_1).P_1\right]$$
$$= [1 - F_1(L_1)].\left[P_1 - \left(1 - F_2(N - L_1)\right).P_2\right]$$

Figura 1. Asignación de la capacidad en el modelo de Littlewood (1972)

2. Modelo propuesto por Marc Chesney

Se considera un hotel de K habitaciones iguales en el que se desea optimizar la gestión de reservas durante un determinado período de tiempo T'. En consecuencia, la capacidad disponible es de N=KT' habitaciones-día. Se consideran dos tarifas $P_1 < P_2$.

Existe una pareja de variables de decisión: (L_1, T_1), que representan: L_1 el nivel de ocupación por reservas, a partir del cual la dirección del hotel estaría satisfecha con los ingresos y plantearía una subida de tarifa a partir del momento T_1, en el que aquélla se incrementaría de P_1 a P_2. La gestión de ingresos se plantea, pues, partiendo de una tarifa P_1 que, al alcanzarse el nivel de ocupación por reservas L_1, antes o en el tiempo T_1, la tarifa se incrementaría, a partir de dicho momento T_1, desde P_1 hasta P_2.

El objetivo es maximizar los ingresos totales esperados en función de la pareja de variables de decisión: (L_1, T_1).

La flexibilidad, en este caso, viene representada por la opción de cambiar o no el precio de P_1 a P_2, según la evolución de las reservas.

2.1. Construcción de la función objetivo

Dada la incertidumbre en la demanda para los dos tipos de tarifas, existe una infinidad de trayectorias aleatorias de llegadas de los clientes. Las distintas trayectorias pueden agruparse en cinco tipos que corresponden a cada uno de los cinco términos de la función objetivo y que se representan gráficamente mediante los distintos colores de las trayectorias en la Figura 2. La función objetivo asociada al problema sería:

$$\sup_{\mathrm{L}_1,T_1}\left[\begin{array}{c} L_1\cdot P_1\cdot \mathrm{P}\;\;\tau_1\le T_1\;\;+\\ +P_2\cdot \mathrm{E}\left[N^2_{T-\tau_1}\left[1_{\tau_1<T_1\,\cap\,N^2_{T-\tau_1}<N-L_1}\right]\right]+\\ +P_2\cdot\;\;N-L_1\;\;\cdot\mathrm{E}\left[1_{\tau_1<T_1\,\cap\,N^2_{T-\tau_1}\ge N-L_1}\right]+\\ +P_1\cdot N^1_T\cdot\mathrm{E}\left[1_{\tau_1\ge T_1\,\cap\,N^1_T\le N}\right]+P_1\cdot N\cdot\mathrm{E}\left[1_{\tau_1\ge T_1\,\cap\,N^1_T\ge N}\right]\end{array}\right]$$

Donde τ_1 representa el momento en el que el nivel de reservas supera L_1. Cada término de la función objetivo representa los ingresos esperados al darse alguna de las posibles evoluciones de las reservas que se simulan mediante los distintos caminos coloreados de la Figura 2, según la correspondencia a continuación:

- El primer término representa los ingresos esperados, debidos a los caminos en los que se alcanza el nivel de ocupación antes del plazo T_1 (caminos verde y rojo), o justo en el mismo T_1, y hasta dicho plazo T_1.
- El segundo recoge los ingresos debidos a caminos en los que se produce el cambio de precio (porque se ha alcanzado L_1 antes o en el plazo T_1), y a partir de dicho cambio de precio, pero al término del periodo T aun existen habitaciones libres (camino rojo).
- El tercero es muy parecido al segundo pero en este caso se alcanza la ocupación total (camino verde).
- El cuarto recoge aquellos caminos en los que no se alcanza L_1 en el plazo y la ocupación final no es total (camino amarillo). En estos caminos el precio permanece constante e igual a P_1.
- El quinto término refleja una situación parecida al cuarto pero en este caso si se alcanza el máximo de ocupación al llegar a T (camino azul). Tampoco en este caso se produce cambio en el precio.

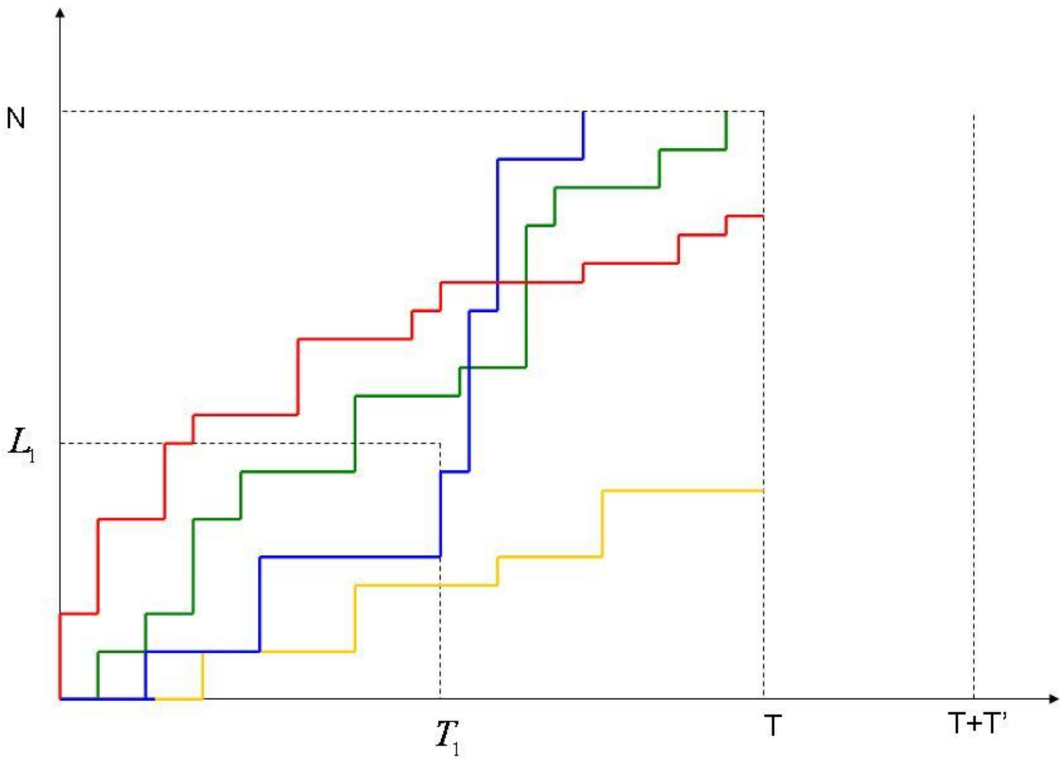


Figura 2. Simulación de los distintos caminos de evolución de la ocupación del hotel, con cambio tarifario de P_1 a P_2, en el tiempo T_1, siempre que se haya alcanzado, previa o simultáneamente, la ocupación L_1, en el tiempo T_1.

2.2. Desarrollo de la función objetivo

Desarrollando la función objetivo indicada en el punto 2.1, se obtiene:

$$\sup_{L_1,T_1}\left[\begin{array}{c} L_1 \cdot P_1 \cdot \mathrm{P}(\tau_1 \le T_1) + \\ +P_2 \cdot \mathrm{E}\left(1_{\tau_1<T_1}\, \mathrm{E}_{\tau_1}\left[N^2_{T-\tau_1}\left[1_{N^2_{T-\tau_1}<N-L_1}\right]\right]\right)+ \\ +P_2 \cdot (N-L_1) \cdot \mathrm{E}\left[1_{\tau_1<T1}\, \mathrm{E}_{\tau_1}\left(1_{N^2_{T-\tau_1}\ge N-L_1}\right)\right]+ \\ +\mathrm{E}\left[P_1 \cdot N^1_T \cdot E\left(1_{N^1_T \le N}\right)\right]- \\ -\mathrm{E}\left(1_{(\tau_1<T_1)\cap(N^1_T<N)}\right) + \\ +P_1 \cdot N \cdot \mathrm{P}\left(N^1_T \ge N\right) - \\ -\mathrm{E}\left(1_{(\tau_1<T_1)\cap(N^1_T>N)}\right) \end{array}\right]$$

Considerando que las llegadas de reservas vienen representadas por las distribuciones de Poisson a continuación:

- $$\mathrm{P}\left(N_T^1 = n\right) = e^{-\lambda_1 T}\,\frac{\left(\lambda_1 t\right)^n}{n!}$$
- $$\mathrm{P}\left(N_{T-t}^2 = n\right) = e^{-\lambda_2 (T-t)}\,\frac{\left(\lambda_2 (T-t)\right)^n}{n!}$$
- $$\mathrm{P}\left(\tau_1 \leq T_1\right) = \int_0^{T_1} P(\tau_1 \in dt) = \int_0^{T_1} \frac{\left(\lambda_1 t\right)^{L_1-1}}{\left(L_1-1\right)!}\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt$$

Se llega a la siguiente expresión para la función objetivo:

$$\sup_{\mathrm{L}_1, T_1}\left[\begin{array}{c} L_1 \cdot P_1 \cdot \mathrm{P}\left(\tau_1 \leq T_1\right) + \\ + \int_0^{T_1} \mathrm{P}(\tau_1 \in dt) \sum_{n=0}^{N-L_1-1} n(P_2 - P_1)\,\mathrm{P}(N_{T-t}^2 = n) + \\ + \int_0^{T_1} \mathrm{P}(\tau_1 \in dt) \sum_{n=N-L_1}^{\infty} (P_2 \cdot \left(N - L_1\right) - P_1 \cdot N)\,\mathrm{P}(N_{T-t}^2 = n) + \\ + P_1 \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \mathrm{P}(N_T^1 = n)n + \\ + P_1 \cdot N \sum_{n=N}^{\infty} \mathrm{P}(N_T^1 = n) \end{array}\right]$$

2.3. Formas de la función objetivo

Para distintas relaciones entre los valores de los parámetros, la función objetivo puede presentar tres formas diferentes, que se indican a continuación.

- <u>Forma1</u>: si $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1$

En este caso, el valor de la función objetivo es una constante y su representación gráfica es un plano horizontal.

- <u>Forma 2</u>: si $\frac{P_2}{P_1} < \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ o $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \neq 1$

En este caso, la forma de la función es del tipo de la indicada en la Figura 3, representada para N=10 habitaciones-día, T=30 días, P_1=50 €, P_2=150 €, τ_1=0,7, τ_2=0,2. En dicha Figura 3 puede apreciarse la existencia de un óptimo.

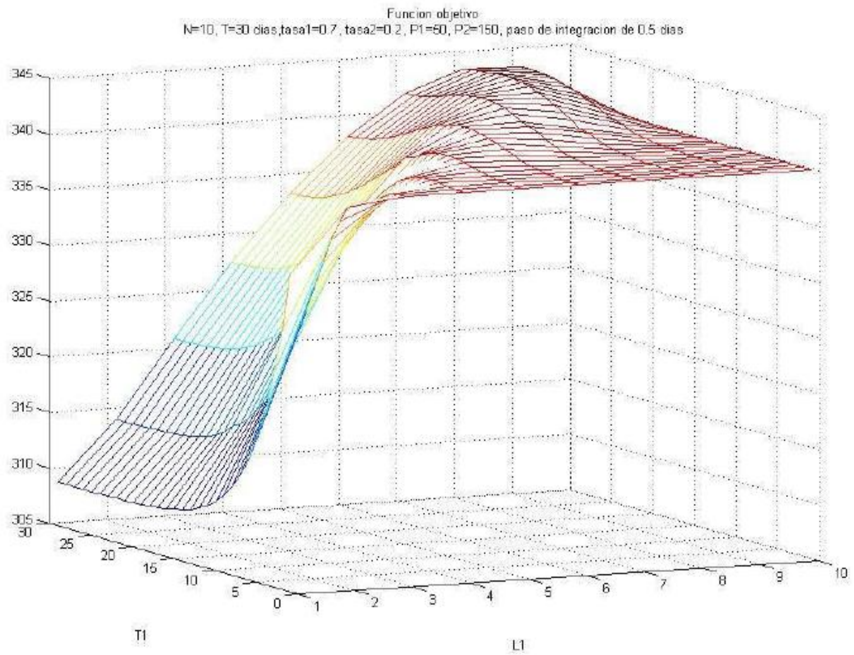


Figura 3. Segunda forma de la función objetivo

En la Figura 4 se destaca la parte positiva de la parte variable de la función objetivo. Para los valores de los parámetros considerados en la representación, la introducción de la segunda categoría de precio P_2, incrementaría el 1,2% el ingreso máximo esperado.

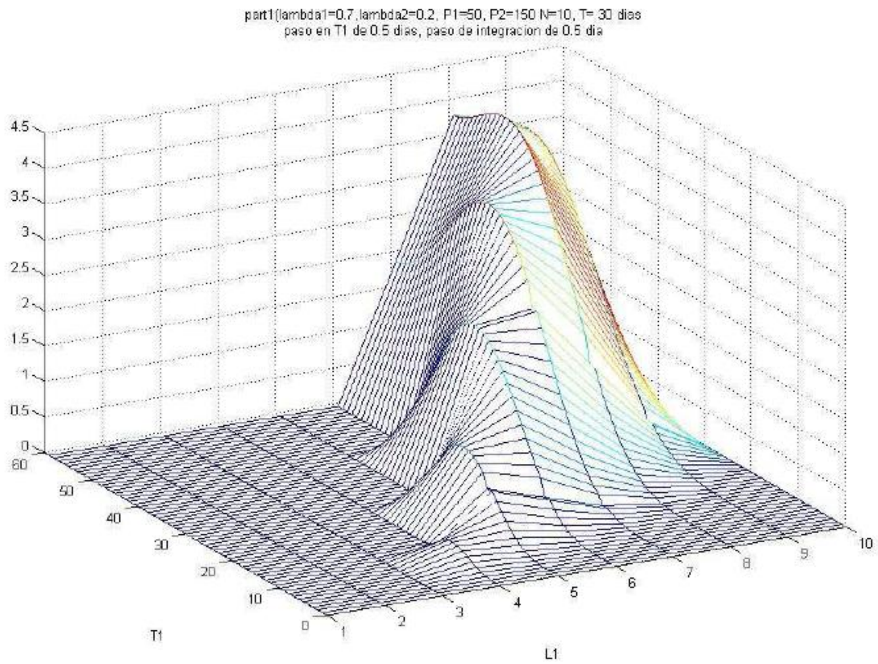


Figura 4. Parte positiva de la parte variable, en la segunda forma de la función objetivo

- **Forma 3**: si $\frac{P_2}{P_1} > \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

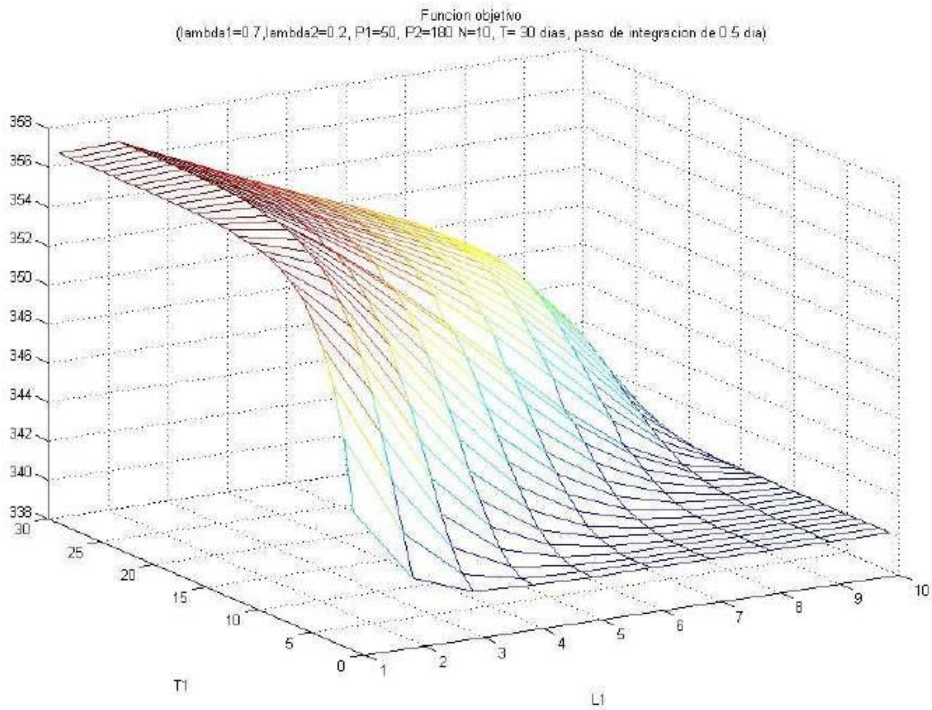


Figura 4. Tercera forma de la función objetivo.

En este caso la tarifa P_1 desaparece y el cambio de precio tiene lugar siempre. Es decir, todas las habitaciones se ofrecen al precio P_2.

2.4. Análisis de sensibilidad

Se han realizado análisis de sensibilidad a las variaciones de los valores de los diferentes parámetros: P_1, P_2, N, T, λ_1 y λ_2, con los resultados indicados a continuación, en las Figuras 5 a 8.

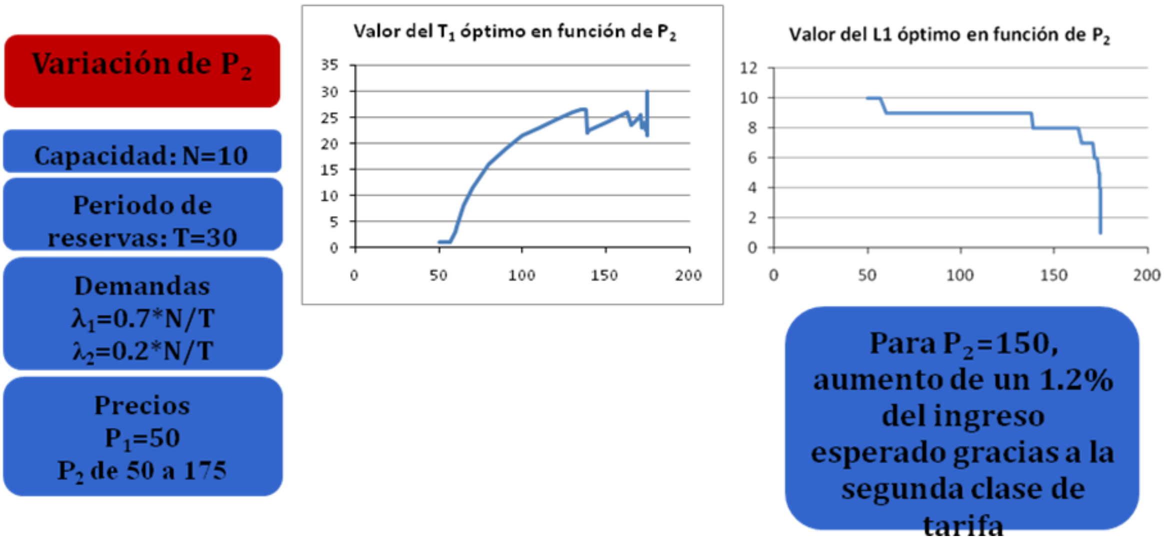


Figura 5. Sensibilidad a P_2.

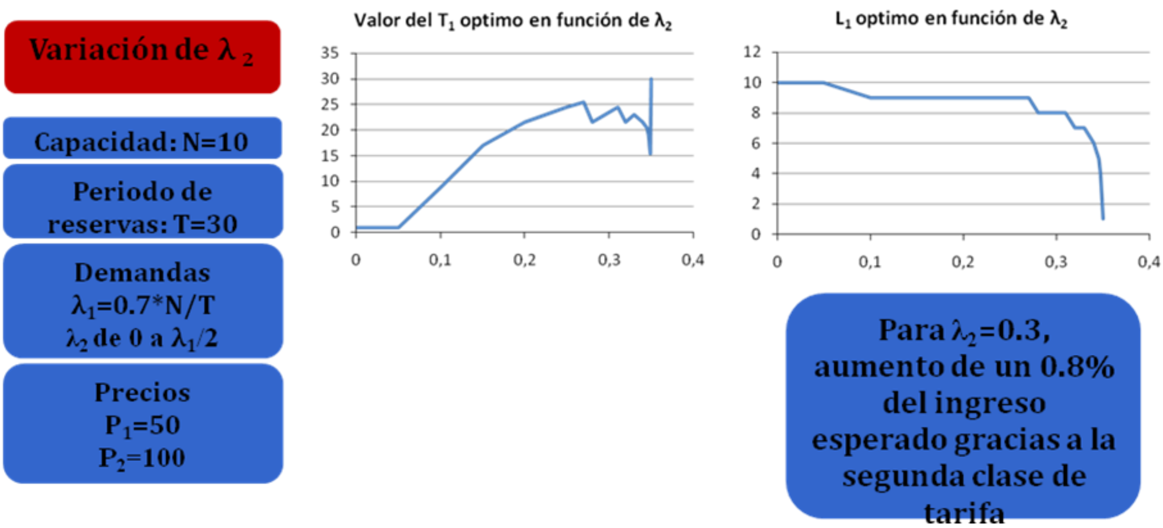


Figura 6. Sensibilidad a λ_2 .

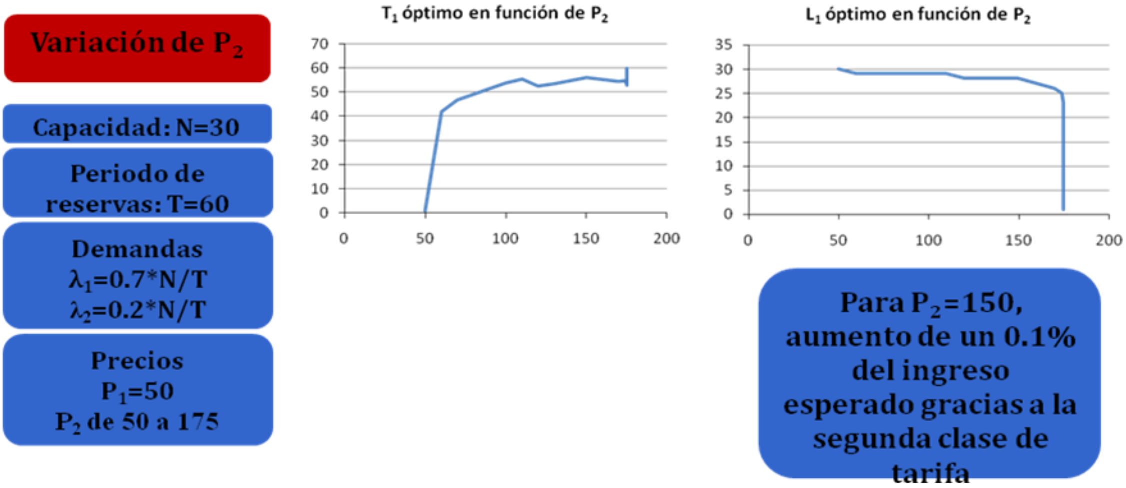


Figura 7. Sensibilidad a P_2.

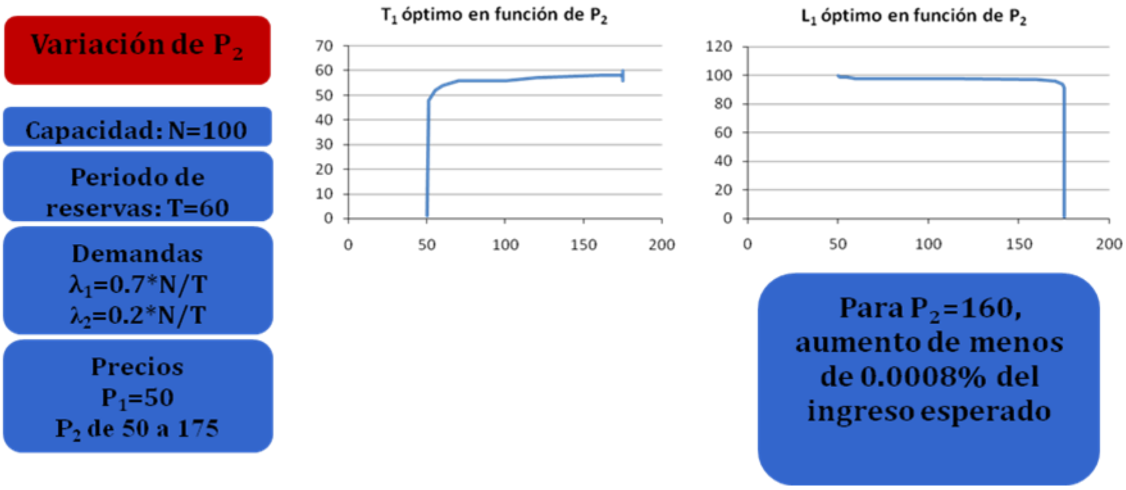


Figura 8. Sensibilidad a P_2.

3. Conclusiones

El modelo desarrollado presenta las siguientes características: (i) se trata de un modelo general para asignación de capacidades y puede aplicarse a sectores distintos del hotelero; (ii) se ajusta especialmente en su aplicación a eventos como partidos deportivos o espectáculos; (iii) su uso es aconsejable para capacidades pequeñas.

Agradecimientos

Al profesor Luis Onieva, Catedrático de la Escuela Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla, quien propuso el tema e impulsó el presente trabajo.

Referencias

Copeland,T, Antikarov,V.(2003). Real Options: A practitioner’s guide. Thomson.Texere.

Littlewood, K. (1972). Forecasting and Control of Passenger Bookings.Reprinted in the Journal of Revenue and Pricing Management, Vol. 4, No. 2, 2005, pp. 111-123.