4th International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management
XIV Congreso de Ingeniería de Organización
Donostia- San Sebastián , September 8th -10th 2010

Enfoques de programación matemática *fuzzy* multiobjetivo: una revisión

Manuel Díaz-Madroñero[1], David Peidro[1], Josefa Mula[1]

[1] Centro de Investigación de Gestión e Ingeniería de Producción. Universidad Politécnica de Valencia.
fcodiama@cigip.upv.es, dapeipa@cigip.upv.es, fmula@cigip.upv.es

Resumen

En este artículo se realiza una revisión de diversos enfoques basados en programación matemática fuzzy *para la resolución de problemas de optimización multiobjetivo. El propósito de este trabajo es identificar y clasificar las diferentes metodologías existentes para la toma de decisiones multiobjetivo basadas en programación matemática* fuzzy*, y especialmente los relativos a enfoques interactivos. Los enfoques interactivos facilitan el proceso de toma de decisiones permitiendo al decisor ajustar el proceso de búsqueda de soluciones hasta obtener una que considere satisfactoria. El objetivo del artículo es proporcionar un punto de partida para la resolución de problemas con múltiples objetivos.*

Palabras clave: Programación matemática, programación multiobjetivo, programación matemática *fuzzy*

1. Introducción

La optimización puede considerarse un proceso de toma de decisiones mediante el cual se puede obtener el mejor de los resultados posibles a partir de una serie de recursos y capacidades disponibles. Una gran parte de la investigación y las aplicaciones existentes en el campo de la optimización se ha centrado únicamente en problemas con un objetivo único, a pesar de que la mayoría de los problemas del mundo real persiguen varios objetivos (Deb 2001). Osyczka (1985) define la optimización multiobjetivo como la búsqueda de un vector de variables de decisión que satisfaga restricciones y optimice un vector de funciones cuyos componentes representan las diversas funciones objetivo. Estas funciones objetivo forman una descripción matemática de los diversos criterios de rendimiento, los cuales son generalmente contrapuestos. Por consiguiente, el término optimizar significa encontrar aquella solución que obtiene valores aceptables para el decisor de todas las funciones objetivo.

La contribución principal de este artículo es la revisión y clasificación de los diferentes enfoques existentes para la resolución de problemas de programación matemática multiobjetivo, especialmente centrada en las técnicas de programación matemática *fuzzy*. El artículo se estructura de la siguiente forma. En la sección 2 se describen de forma general los problemas de optimización multiobjetivo. En la sección 3 se presenta una clasificación de metodologías para la toma de decisiones multiobjetivo. Posteriormente, en la sección 4, se presentan diferentes metodologías para la toma de decisiones multiobjetivo basadas en la programación matemática *fuzzy*. En la sección 5, se describen diferentes enfoques de programación *fuzzy* interactiva para la resolución de problemas de optimización multiobjetivo. Por último, en la sección 6 se presentan las conclusiones y líneas futuras de investigación.

2. Optimización multiobjetivo

Según Deb (2007), un problema de optimización multiobjetivo (POMO) tiene un número de funciones objetivo que han de ser maximizadas o minimizadas, y una serie de restricciones que cualquier solución factible (incluyendo la óptima) debe satisfacer. El POMO se expresa formalmente del siguiente modo:

$$\begin{array}{llllll}
\textit{Minimizar/maximizar} & f_m(x), & m=1, & 2, & \ldots, & M; \\
\textit{sujeto a} & g_j(x)\geq 0 & j=1, & 2, & \ldots, & J; \\
 & h_k(x)=0 & k=1, & 2, & \ldots, & K; \\
 & x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)} & \multicolumn{4}{l}{i=1, 2, \ldots, n.}
\end{array} \qquad (1)$$

Una solución x es un vector de n variables de decisión tal que $x=(x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$. El último conjunto de restricciones corresponde a los límites de las variables de decisión restringiendo los valores que éstas pueden tomar entre un valor inferior $x_i^{(L)}$ y un valor superior $x_i^{(U)}$. Estos límites conforman el espacio de la variable de decisión D. Asimismo, el problema está compuesto por M funciones objetivo $f(x)=(f_1(x),f_2(x), \ldots,f_M(x))^T$.

El problema definido está formado por J inecuaciones y K ecuaciones que constituyen las restricciones del POMO. El espacio de búsqueda de soluciones a un POMO puede dividirse en dos zonas no solapadas, denominadas región óptima y región no óptima. En el caso de objetivos conflictivos, normalmente el conjunto de soluciones óptimas contiene más de una solución. Según Deb (2001), en el caso de múltiples soluciones de Pareto óptimas, es difícil preferir una respecto a otra sin la existencia de información adicional sobre el problema. Por tanto, en ausencia de esta información todas las soluciones son igualmente importantes, siendo esencial encontrar el mayor número posible de soluciones óptimas de Pareto.

3. Metodologías para la toma de decisiones multiobjetivo

En la literatura pueden encontrarse diversas clasificaciones sobre metodologías convencionales para la resolución de POMOs (Keeney y Raiffa 1976; Hwang y Masud 1979; Sawaragi et al. 1985; Romero y Rehman 2003). Respecto a las enfoques de resolución basados en la programación matemática *fuzzy*, Lai y Hwang (1994a) distinguen tres tipos de metodologías para la resolución de problemas multiobjetivo basados en el tipo de información sobre las preferencias del decisor necesaria para la resolución del POMO: (1) sin necesidad de información sobre las preferencias del decisor; (2) con información facilitada a priori sobre las preferencias del decisor; y (3) con información facilitada progresivamente por el decisor sobre sus preferencias. Así, para el primer tipo (Hwang y Yoon 1981; Lai et al. 1994), una vez que se han definido los objetivos y las restricciones del problema, no es necesaria información adicional por parte del decisor. Por el contrario, según Lai y Hwang (1994a), en el segundo tipo de problemas (Zimmermann 1978; Lai y Hwang 1993; Chanas 1989), se asume que el decisor tiene, consciente o inconscientemente, un conjunto de metas a alcanzar que son conocidas antes de formular el modelo correspondiente. Por último, el tercer tipo de problemas (Zeleny 1981, 1986; Sakawa y Yano 1985), también conocidos como metodologías interactivas, requieren de una mayor participación del decisor cuyas preferencias interactúan en el proceso de resolución del problema en cada iteración, determinando una nueva solución cada vez hasta llegar a un valor aceptado. La Tabla 1 presenta una taxonomía de metodologías para la toma de decisiones multiobjetivo propuesta por Lai y Huang (1994a).

Tabla 1. Taxonomía de metodologías para la toma de decisiones multiobjetivo.
FUENTE: Lai y Hwang (1994a)

Tipo de información necesaria sobre preferencias del decisor	Tipo de metodología	Metodología
No necesaria	Criterios globales	Método del criterio global TOPSIS para POMO
Información a priori sobre preferencias del decisor	Programación por metas	Programación por metas
	Programación *Fuzzy*	Operador Max-Min Operador Max-Min aumentado Operador Max-Min Paramétrico
Información progresiva sobre preferencias del decisor	Programación interactiva	Diseño óptimo de sistema KSU-STEM ISGP-II Operador Min-Max aumentado

Dentro de la primera clase de problemas, TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Situation*) fue desarrollado por Hwang y Yoon (1981) para la resolución de problemas con múltiples atributos. El principio básico es que la mejor solución de compromiso es aquella con una distancia mínima a la solución ideal positiva y una distancia máxima a la solución ideal negativa. El TOPSIS para la toma de decisiones multiobjetivo (Lai et al. 1994) integra este principio con un operador max-min para resolver los conflictos entre diferentes objetivos.

Entre las metodologías basadas en programación matemática *fuzzy*, Zimmermann (1978) fue el primero en emplear el operador max-min de Bellman y Zadeh para resolver conflictos entre objetivos. Lai y Hwang (1993) combinan un operador max-min y la suma ponderada para desarrollar un enfoque max-min aumentado consistente en dos etapas: localización de soluciones maximizando los valores mínimos de las funciones de pertenencia de los objetivos y, posteriormente, obtener una solución refinada optimizando la suma ponderada de las funciones de pertenencia de los objetivos limitados por el paso anterior. Por otro lado, Chanas (1989) propone una secuencia de problemas de programación lineal paramétricos para la resolución de un POMO, obteniendo una solución satisfactoria empleando un operador max-min.

Dentro de los paradigmas interactivos, Zeleny (1981, 1986) emplea la programación de Novo y el concepto de inventario cero para desarrollar un enfoque para el diseño óptimo de nuevos sistemas. Este enfoque ayuda al decisor a diseñar un sistema óptimo en lugar de optimizar un sistema dado. El KSU-STEM es un método basado en el método STEM de Benayoun et al. (1971), normalizando las funciones objetivo mediante el uso de las soluciones ideales positivas y negativas. ISGP-II es una versión mejorada del método ISGP (Masud y Hwang 1980), combinando características de los métodos STEM y KSU-STEM, así como los conceptos de la programación por metas. Por otro lado, Sakawa y Yano (1985) proponen el operador interactivo min-max aumentado, compuesto por dos fases consistentes en la minimización de las diferencias máximas entre los niveles de satisfacción y de referencia usando un operador promedio para obtener una solución refinada.

4. Metodologías para la toma de decisiones *fuzzy* multiobjetivo

En la Tabla 2 se propone una nueva clasificación de las metodologías para la toma de decisiones *fuzzy* multiobjetivo basada en la propuesta original de Lai y Hwang (1994a), en función del tipo de información sobre las preferencias del decisor necesaria para tal fin.

Entre las metodologías con información a priori sobre las preferencias del decisor se diferencian dos tipos de técnicas de programación matemática: programación por metas *fuzzy* y el criterio global *fuzzy*. Leung (1983; 1984) emplea el concepto de criterio global y el operador max-min para resolver un problema multiobjetivo con recursos disponibles difusos.

Por otro lado, según la clasificación de Lai y Hwang (1994a), el grupo de programación por metas *fuzzy* incluye además de la programación por metas *fuzzy* (Narasimhan 1980; Hannan 1981b; Yang et al. 1991), la programación preventiva (Tiwari et al. 1986) y con suma ponderada (Zeleny 1973; Lai y Hwang 1994; Narasimhan 1981; Narasimhan 1982), las funciones de pertenencia interpoladas (Hannan 1981a; Inuiguchi et al. 1990; Yang et al. 1991), las estructuras de preferencia (Rao et al. 1988) y la prioridad anidada (Rubin y Narasimhan 1984).

Entre los problemas con incorporación progresiva de información según las preferencias del decisor, destacan los enfoques de Werners (1987a; 1987b), Lai y Hwang (1994b), Li et al. (2006), Selim y Ozkarahan (2008) y Torabi y Hassini (2008), entre otros. Lai y Hwang (1994b) desarrollan el enfoque max-min aumentado, mientras que Selim y Ozkarahan (2008) proponen una versión modificada del enfoque de Werners. Por otro lado, Li et al. (2006) proponen un enfoque *fuzzy* en dos fases.

Tabla 2. Taxonomía de las metodologías para la toma de decisiones *fuzzy* multiobjetivo
FUENTE: Adaptado de Lai y Hwang (1994a)

Tipo de información necesaria sobre preferencias del decisor	Tipo de metodología	Metodología	Enfoques
Información a priori sobre preferencias del decisor	Programación *fuzzy* por metas	Programación *fuzzy* por metas	Narasimhan (1980) Hannan (1981b) Yang et al. (1991)
		Programación preventiva	Tiwari et al. (1986)
		Modelos con suma ponderada	Zeleny (1973) Lai y Hwang (1994) Narasimhan (1981) Narasimhan (1982)
		Funciones de pertenencia interpoladas	Hannan (1981a) Inuiguchi et al. (1990) Yang et al. (1991)
		Estructuras de preferencia	Rao et al. (1988)
		Prioridad anidada	Rubin y Narasimhan (1984)
	Criterio global *fuzzy*	Criterio global *fuzzy*	Leung (1983) Leung (1984)
Información progresiva sobre preferencias del decisor	Programación *fuzzy* interactiva	Programación *fuzzy* interactiva	Werners (1987a) Werners (1987b) Lai y Hwang (1994b) Li et al. (2006) Selim y Ozkarahan (2008) Torabi y Hassini (2008)

5. Enfoques de programación *fuzzy* interactiva

La investigación de operaciones se ha centrado tradicionalmente en la búsqueda de una única solución óptima y su optimalidad es generalmente de corta duración debido a que no se tiene en cuenta el carácter dinámico, adaptativo y de aprendizaje en el proceso de toma de decisiones (Lai y Hwang 1994a). Mediante el uso de un paradigma interactivo, los enfoques de programación *fuzzy* interactiva mejoran la flexibilidad y la robustez de las técnicas para la de toma de decisiones multiobjetivo, permitiendo al decisor aprender y reconocer las soluciones apropiadas así como la importancia relativa de los diferentes factores del sistema. Según Lai y Hwang (1994a), en los enfoques interactivos, los decisores ya no están obligados a limitar sus consideraciones previamente a uno de los aspectos principales, pudiendo tomar en cuenta los diferentes puntos de vista obtenidos mediante el intercambio de informaciones de preferencias entre los diferentes decisores. Mediante este intercambio de informaciones pueden resolverse los conflictos y el decisor puede obtener siempre mejores soluciones (Werners 1987b).

A continuación, se exponen los enfoques de programación *fuzzy* interactiva que son revisados en este trabajo. Estos enfoques permiten la reformulación de modelos de programación *fuzzy* multiobjetivo en modelos de programación lineal entera auxiliares.

5.1. Enfoque de Zimmerman (1978)

Según el enfoque de Zimmermann (1978), basado en el operador min de Bellman y Zadeh (1970), un modelo multiobjetivo puede transformarse en un modelo auxiliar equivalente con un único objetivo mediante la maximización de una variable auxiliar λ:

$$\begin{array}{ll} Max & \lambda \\ sujeto\ a & \lambda \leq \mu_k(x) \text{ para } k=1, 2, \ldots, N \\ & x \in X, \lambda, \mu_k(x) \in [0,1] \end{array} \tag{2}$$

5.2. Enfoque de Lai y Hwang (1993)

Para reducir las deficiencias del enfoque de Zimmerman (1978), Lai y Hwang (1993) proponen el enfoque max-min aumentado, según el cual un modelo multiobjetivo puede expresarse del siguiente modo:

$$\begin{array}{ll} Max & \lambda(x) = \lambda_0 + \delta \sum_k \theta_k \mu_k(x) \\ sujeto\ a & \lambda_0 \leq \mu_k(x) \text{ para } k=1, 2, \ldots, N \\ & x \in X, \lambda_0, \mu_k(x) \in [0,1] \end{array} \tag{3}$$

λ_0 corresponde con el mínimo grado de satisfacción de las funciones objetivo, $\mu_k(x)$ con sus funciones de pertenencia, θ_k corresponde con los pesos conferidos por el decisor, según sus preferencias, a cada uno de los k objetivos, y δ es un número positivo lo suficientemente pequeño, pudiendo tomar un valor de 0,01 (Lai y Hwang 1993; 1994b). Asimismo x debe pertenecer al espacio de soluciones factibles X.

5.3. Enfoque de Li et al. (2006)

Li et al. (2006) proponen un enfoque en dos fases que mejora el enfoque para la obtención de soluciones por compromiso propuesto por Wu y Guu (2001). En este enfoque se realizan los siguientes pasos:

1. Se resuelve el problema multiobjetivo mediante el enfoque de (Zimmermann 1978), y se calculan los valores que adoptan las funciones de pertenencia asociadas a cada objetivo $\mu_k(x^0)$ donde $1 \leq k \leq N$
2. Hacer la asignación $\lambda_k^l = \mu_k(x^0)$ y resolver el modelo:

$$Max \quad \lambda(x) = \sum_k \theta_k \lambda_k(x)$$

$$\textit{sujeto a} \qquad \lambda_k^l \le \lambda_k \le \mu_k(x) \text{ para } k=1, 2, \ldots, N$$

$$x \in X, \lambda_k^l, \mu_k(x) \in [0,1] \tag{4}$$

5.4. Enfoque de Selim y Ozkarahan (2008)

Selim y Ozkarahan (2008) proponen un nuevo enfoque para la resolución de problemas de programación matemática multiobjetivo basado en el enfoque de Werners (1988). Según los autores un modelo multiobjetivo puede formularse del siguiente modo:

$$\textit{Max} \qquad \lambda(x) = \gamma\lambda_0 + (1-\gamma)\sum_k \theta_k \lambda_k$$

$$\textit{sujeto a} \qquad \mu_h(x) \ge \lambda_0 + \lambda_k \text{ para } k=1, 2, \ldots, N$$

$$x \in X, \gamma, \lambda_0, \lambda_k \in [0,1] \tag{5}$$

En este modelo, λ_0 y $\mu_k(x)$ corresponden con el mínimo grado de satisfacción global y el grado de satisfacción del objetivo k-ésimo respectivamente. Por otro lado, el parámetro γ corresponde con el coeficiente de compensación entre objetivos.

5.5. Enfoque de Torabi y Hassini (2008)

Torabi y Hassini (2008) proponen un enfoque para la resolución de problemas de programación matemática multiobjetivo basado en la fusión de los enfoques propuestos por Lai y Hwang (1993) y Selim y Ozkarahan (2008). Así pues, según los autores un problema multiobjetivo puede expresarse según el problema lineal equivalente determinado por:

$$\textit{Max} \qquad \lambda(x) = \gamma\lambda_0 + (1-\gamma)\sum_k \theta_k \mu_k(x)$$

$$\textit{sujeto a} \qquad \lambda_0 \le \mu_k(x) \quad \text{para } k=1, 2, \ldots, N$$

$$x \in X, \lambda_0, \gamma \in [0,1] \tag{6}$$

donde $\mu_k(x)$ y $\lambda_0 = min_k\{\mu_k(x)\}$ corresponden con el grado de satisfacción del objetivo k-ésimo y con el mínimo grado de satisfacción global de los objetivos, respectivamente. Por otro lado, θ_k y γ corresponden con los pesos asociados a cada una de las funciones objetivo y al coeficiente de compensación, respectivamente. Los parámetros θ_k son controlados por el decisor en función de sus preferencias de tal forma que $\sum_k \theta_k = 1, \theta_k > 0$. Asimismo, γ controla el nivel mínimo de satisfacción de los objetivos así como el grado de compromiso entre éstos, pudiendo obtenerse soluciones con distintos niveles de balanceo en función de las preferencias del decisor.

En la Tabla 3 se muestran las características asociadas a cada uno de los enfoques estudiados, correspondientes al número de fases necesarias para su resolución, a la consideración de pesos asociados a las funciones objetivo, la existencia del coeficiente de compensación, la incorporación de variables de decisión a cada uno de los modelos equivalentes , así como de otros parámetros adicionales.

Tabla 12. Características de los enfoques estudiados

Ítem	Enfoque Zimmerman (1978)	Enfoque Lai y Hwang (1993)	Enfoque Li et al. (2006)	Enfoque Selim y Ozkarahan (2008)	Enfoque Torabi y Hassini (2008)
Fases	1	1	2	1	1
Pesos de las funciones objetivo (θ_k)	No	Sí	Sí	Sí	Sí
Coeficiente de compensación (γ)	No	No	No	Sí	Sí
Variables de decisión incorporadas	λ, μ_k	λ_0, μ_k	λ_k, μ_k	λ_0, λ_k, μ_k	λ_0, μ_k
Otros parámetros		δ	λ_k^I		

De acuerdo con la Tabla 3, la mayoría de enfoques se componen de una fase única, exceptuando el trabajo de Li et al. (2006) que se resuelve en dos etapas. Las preferencias del decisor en cuanto al cumplimiento de los objetivos se reflejan en el empleo de pesos asociados a cada una de las funciones objetivos en todos los modelos propuestos. Asimismo, sólo los trabajos de Selim y Ozkarahan (2008) y Torabi y Hassini (2008) contemplan la obtención de soluciones balanceadas o no balanceadas mediante el uso de coeficientes de compensación. Por otro lado, todos los enfoques utilizan las funciones de pertenencia asociadas a cada uno de los objetivos, determinando como variable de decisión el grado de satisfacción asociado a cada uno de ellos (μ_k). Igualmente se considera como variable de decisión el mínimo grado de satisfacción alcanzado (λ_0) en todos los enfoques estudiados. Por otro lado, los trabajos de Li et al. (2006), y Selim y Ozkarahan (2008) introducen las variables auxiliares λ_k, aportando complejidad añadida, especialmente en el segundo caso. Por último, el enfoque de Lai y Hwang (1994b) utiliza el parámetro propio δ, y el enfoque de Li et al. (2006) emplea como parámetros de entrada los grados de satisfacción asociados a cada función objetivo, obtenidos según el enfoque de Zimmermann (1978).

6. Conclusiones

En este trabajo se ha realizado una revisión del problema de optimización multiobjetivo, de los conceptos matemáticos y técnicas asociados a su resolución, centrado básicamente en los enfoques ofrecidos por la programación *fuzzy*. En primer lugar, se describe formalmente el POMO. A continuación, se han revisado diferentes metodologías para la resolución de POMO prestado una atención especial a las características principales que presenta la programación matemática *fuzzy* y, particularmente, la programación *fuzzy* interactiva. Estos enfoques facilitan el proceso de toma de decisiones permitiendo al decisor ajustar el proceso de búsqueda de soluciones hasta obtener una que considere satisfactoria. Se propone, para trabajos futuros, la aplicación de los enfoques estudiados a modelos de programación matemática basados en casos reales, de forma que pueda compararse su idoneidad para la toma de decisiones multiobjetivo.

Agradecimientos

Este trabajo está financiado por el Proyecto Nacional del Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) del Gobierno Español titulado: Modelos de optimización fuzzy y computación evolutiva y de simulación de los procesos de planificación de la producción y del transporte en una cadena de suministro. Propuesta de planificación colaborativa soportada por sistemas multi-agente. Integración en un sistema de decisión. Aplicaciones (Ref. DPI2007-65501). Asimismo, esta investigación también ha sido financiada mediante una beca doctoral concedida por el Ministerio de Educación del Gobierno de España al primer autor (AP2008-01968). (www.cigip.upv.es/evolution)

Referencias

Bellman, R.E. & Zadeh, L.A., 1970. Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17(4), B141-B164.

Benayoun, R. et al., 1971. Linear programming with multiple objective functions: Step method (stem). *Mathematical Programming*, 1(1), 366-375.

Chanas, S., 1989. Fuzzy programming in multiobjective linear programming - a parametric approach. *Fuzzy Sets Syst.*, 29(3), 303-313.

Deb, K., 2007. Current trends in evolutionary multi-objective optimization. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization*, 1(1), 8 pages.

Deb, K., 2001. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, John Wiley and Sons.

Hannan, E.L., 1981a. Linear programming with multiple fuzzy goals. *Fuzzy Sets and Systems*, 6(3), 235-248.

Hannan, E.L., 1981b. On Fuzzy Goal Programming. *Decision Sciences*, 12(3), 522-531.

Hwang, C. & Masud, A., 1979. *Multiple Objective Decision Making: Methods an Applications*, Springer-Verlag.

Hwang, C. & Yoon, K., 1981. *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag.

Inuiguchi, M., Ichihashi, H. & Kume, Y., 1990. A solution algorithm for fuzzy linear programming with piecewise linear membership functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 34(1), 15-31.

Keeney, R. & Raiffa, H., 1976. *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*, Wiley.

Lai, Y. & Hwang, C., 1994a. *Fuzzy multiple objective decision making : methods and applications*, Berlin: Springer.

Lai, Y. & Hwang, C., 1994b. Interactive fuzzy multiple objective decision making. En *Fuzzy Optimization*. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, págs. 179-198.

Lai, Y. & Hwang, C., 1993. Possibilistic linear programming for managing interest rate risk. *Fuzzy Sets Syst.*, 54(2), 135-146.

Lai, Y., Liu, T. & Hwang, C., 1994. TOPSIS for MODM. *European Journal of Operational Research*, 76(3), 486-500.

Leung, Y., 1983. A concept of a fuzzy ideal for multicriteria conflict resolution. En *Advance in Fuzzy Sets, Possibility Theory and Applications*. New York: Plenum.

Leung, Y., 1984. Compromise programming under fuzziness. *Control and Cybernetics*, 13, 203-215.

Li, X., Zhang, B. & Li, H., 2006. Computing efficient solutions to fuzzy multiple objective linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(10), 1328-1332.

Masud, A.S.M. & Hwang, C.L., 1980. An aggregate production planning model and application of three multiple objective decision methods. *International Journal of Production Research*, 18(6), 741.

Narasimhan, R., 1982. A geometric averaging procedure for constructing supertransitive approximation to binary comparison matrices. *Fuzzy Sets and Systems*, 8(1), 53-61.

Narasimhan, R., 1980. Goal Programming in a Fuzzy Environment. *Decision Sciences*, 11(2), 325-336.

Narasimhan, R., 1981. On Fuzzy Goal Programming - some comments. *Decision Sciences*, 12(3), 532-538.

Osyczka, A., 1985. Multicriteria optimization for engineering design. En *Design Optimization*. Academic Press, págs. 193–227.

Rao, J.R., Tiwari, R.N. & Mohanty, B.K., 1988. A preference structure on aspiration levels in a goal programming problem — A fuzzy approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 25(2), 175-182.

Romero, C. & Rehman, T., 2003. *Multiple criteria analysis for agricultural decisions*, Elsevier.

Rubin, P.A. & Narasimhan, R., 1984. Fuzzy goal programming with nested priorities. *Fuzzy Sets and Systems*, 14(2), 115-129.

Sakawa, M. & Yano, H., 1985. An interactive fuzzy satisfying method using augmented minimax problems and its application to enviromental systems. *IEEE Transactions on Man, Systems, and Cybernatics*, 5, 720-729.

Sawaragi, Y., Nakayama, H. & Tanino, T., 1985. *Theory of multiobjective optimization*, Academic.

Selim, H. & Ozkarahan, I., 2008. A supply chain distribution network design model: An interactive fuzzy goal programming-based solution approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 36(3), 401-418.

Tiwari, R.N., Dharmar, S. & Rao, J.R., 1986. Priority structure in fuzzy goal programming. *Fuzzy Sets Syst.*, 19(3), 251-259.

Torabi, S. & Hassini, E., 2008. An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(2), 193-214.

Werners, B., 1988. Aggregation models in mathematical programming. En *Mathematical Models for Decision Support*. Springer, págs. 295-305.

Werners, B., 1987a. An interactive fuzzy programming system. *Fuzzy Sets Syst.*, 23(1), 131-147.

Werners, B., 1987b. Interactive multiple objective programming subject to flexible constraints. *European Journal of Operational Research*, 31(3), 342-349.

Wu, Y. & Guu, S., 2001. A compromise model for solving fuzzy multiple objective linear programming problems. *J. Chinese Inst. Ind. Eng*, 18(5), 87-93.

Yang, T., Ignizio, J.P. & Kim, H., 1991. Fuzzy programming with nonlinear membership functions: piecewise linear approximation. *Fuzzy Sets Syst.*, 41(1), 39-53.

Zeleny, M., 1981. A case study in multiobjective design: De Novo programming. En *Multiple Criteria Analysis: Operational Method*. Gower Publishing.

Zeleny, M., 1973. Compromise programming. En *Multiple Criteria Decision Making*. University of South Carolina.

Zeleny, M., 1986. Optimal system design with multiple criteria: De Novo programming approach. *Engineering Costs and Production Economics*, 10(2), 89-94.

Zimmermann, H., 1978. Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets*, 1(1), 45-46.