

# Duración del Proyecto e Incertidumbre

## Project Duration and Uncertainty

Acebes Senovilla F<sup>1</sup>, Paz Calzada M, Pajares Gutiérrez J, López-Paredes A

**Abstract** In this paper we explore how project estimated duration and project variability are affected by changes in activity duration and/or variability. This analysis allows us to reveal the most influencing activities, and how they affect project duration and variability.

**Resumen** En este artículo se realiza un estudio sobre la duración estimada del proyecto y su variabilidad y como estos parámetros pueden verse afectados al modificar los correspondientes valores esperados medios y variabilidad esperada de cada una de las actividades. Del estudio se deducen qué actividades son las más influyentes y en qué medida modifican los parámetros del proyecto global.

**Keywords:** Uncertainty; Monte Carlo Simulation; Criticality; Cruciality

**Palabras clave:** Incertidumbre; Simulación de Monte Carlo, Criticidad; Crucialidad

## 1.1 Introducción

Cuando hablamos de incertidumbre sobre la duración total del proyecto, nos referimos a la probabilidad de terminar el proyecto en una u otra fecha en función de las duraciones de las actividades que lo componen.

Mediante simulación de Monte Carlo se pueden crear modelos de simulación de proyectos que permiten obtener como resultado una distribución de probabilidad de la duración total del proyecto a partir de las duraciones de las actividades, que han sido previamente modeladas mediante una distribución de probabilidad. A

---

<sup>1</sup> Fernando Acebes Senovilla (✉)

Grupo de Ingeniería de Sistemas Sociales (INSISOC). Escuela de Ingenierías Industriales, Paseo del Cauce s/n, 47011 Valladolid, Spain  
e-mail: facebes@yahoo.es

partir de la distribución de probabilidad resultado, podemos hacer predicciones con un soporte probabilístico sobre lo que ocurrirá en la realidad.

En este artículo queremos ir un paso más allá. ¿Qué actividades son las que más influyen tanto en la duración esperada del proyecto completo como en la variabilidad de esa duración? ¿Es posible que, acortando o alargando determinadas actividades, se produzcan reducciones significativas en la duración esperada del proyecto completo? ¿Y que se produzcan reducciones significativas en la variabilidad de esa duración? ¿Es posible que, centrando los esfuerzos en determinadas actividades para reducir la variabilidad de su duración, se produzcan reducciones significativas en la duración esperada del proyecto completo? ¿Y que se produzcan reducciones significativas en la variabilidad de esa duración?

Para este estudio partiremos de los trabajos de Williams (1993) y Elmagraphy et al (1998). El primero de los artículos cuestiona la consistencia de la criticidad (probabilidad de que una actividad pertenezca al camino crítico) como indicador único de la importancia de cada actividad en la duración del proyecto, y propone la crucialidad (correlación entre la duración de una actividad y la duración del proyecto) como un indicador que complementa el análisis basado en la criticidad. El segundo de los artículos analiza la incertidumbre del proyecto completo, medida como la variabilidad en la duración (varianza de la duración) del proyecto, en función de la duración esperada (media de la duración) de las actividades.

Buscaremos relacionar la influencia de la duración (tanto la duración esperada como la variabilidad de la duración) de cada una de las actividades con la criticidad y crucialidad de todas las actividades, y a partir de ahí buscar la influencia de esas variables en la duración del proyecto completo (tanto la duración esperada como la variabilidad de la duración), así como conocer qué actividades son las más influyentes para cada proyecto y qué características tienen en términos de criticidad y crucialidad.

El objetivo último de estos estudios es proporcionar a los directores de proyectos una información valiosa que permita determinar con mayor exactitud la duración total de los proyectos con una variabilidad más acotada, es decir, con menor incertidumbre; así como conocer qué actividades son más influyentes y determinantes en el desarrollo del proyecto en cada caso, para poder así tomar las medidas preventivas oportunas.

Estructuramos el artículo comenzando por describir la red de proyecto utilizada en nuestra investigación. Después de hacer un breve repaso a las definiciones de criticidad y crucialidad, expondremos los resultados obtenidos, organizándolos por subapartados en función de la variable que se modifica y de la magnitud que se ve modificada por la primera. Finalizaremos exponiendo las conclusiones extraídas tras el trabajo de investigación.

## 1.2 Modelo de Proyecto simulado

Para valorar las diversas posibilidades, se ha utilizado simulación de Monte Carlo.

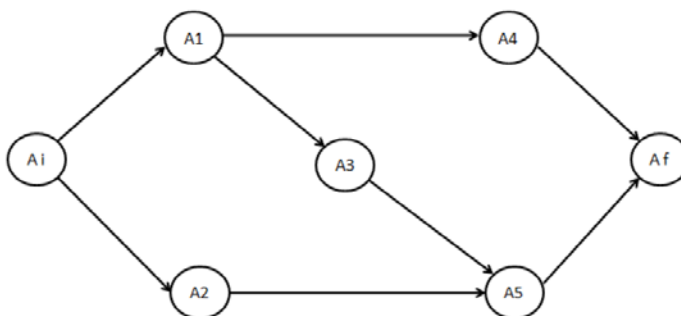
A partir de la simulación podremos analizar cómo se comporta el proyecto en las condiciones que queramos. En concreto, nosotros haremos un análisis para la red de la figura 1.1, propuesta por Elmagraphy et al (1998). La duración de las actividades se modela mediante distribuciones de probabilidad normal, y sus parámetros se muestran en la tabla 1.1.

**Tabla 1.1** Secuencia de actividades del Proyecto

Actividad precedente	Actividad	$\mu$	$\sigma$
//	Ai	0	0
Ai	A1	5,5	1,18
Ai	A2	13	3
A1	A3	7	1
A1	A4	16,5	2,5
A2,A3	A5	10	1,34
A4, A5	Af	0	0

La red que vamos a estudiar presenta la ventaja de combinar caminos en serie y en paralelo a través de la actividad 3, lo que nos permitirá sacar conclusiones interesantes.

Las actividades inicial (Ai) y final (Af) son actividades ficticias que no tienen duración, y que representan el inicio y el final del proyecto.



**Fig. 1.1** Diagrama de red del proyecto simulado. Elaboración propia

Los análisis realizados mediante simulación, están resumidos en los siguientes apartados:

A. Duración esperada del proyecto en función de la duración esperada de las actividades.

B. Variabilidad de la duración del proyecto en función de la duración esperada de las actividades.

C. Duración esperada del proyecto en función de la variabilidad de la duración de las actividades.

D. Variabilidad de la duración del proyecto en función de la variabilidad de la duración de las actividades.

Los datos de referencia para el análisis serán los estadísticos que se obtienen para la duración total. Realizaremos simulaciones para cada actividad, variando tanto la media (duración esperada, medida de centralización) como la varianza (variabilidad de la duración, medida de dispersión), y obtendremos una serie de datos como resultado que permitirán estudiar los casos A, B, C y D; así como unos análisis de crucialidad y criticidad para cada caso.

### 1.3 Criticidad y Crucialidad

Es importante recordar la diferencia entre criticidad y crucialidad de las actividades del proyecto, pues podemos utilizar ambas como medida de la influencia de la duración de cada actividad en la duración del proyecto completo y queremos analizar el significado de la información que aporta cada una de las medidas en este capítulo.

Entendemos por criticidad o índice de criticidad de una actividad como la probabilidad de dicha actividad de pertenecer al camino crítico o a uno de los caminos críticos. Por tanto, mediremos la influencia de la duración de la actividad sobre la duración del proyecto completo como las veces sobre el total de las simulaciones en las que dicha actividad perteneció al camino crítico.

El índice de criticidad debe estudiarse junto a otros indicadores para determinar con más precisión la influencia de la duración de cada actividad en el proyecto completo. Una posibilidad es el llamado índice de crucialidad.

Entendemos por crucialidad o índice de crucialidad de una actividad como la correlación existente entre la duración de dicha actividad y la duración del proyecto completo. Por tanto, mediremos la influencia de la duración de la actividad sobre la duración del proyecto completo como el coeficiente de correlación estadístico (coeficiente de correlación de Pearson) entre la duración de la actividad y la duración del proyecto completo, y es extraída del total de las simulaciones.

Si el proyecto es siempre largo cuando una determinada actividad es larga, y el proyecto es corto cuando esa actividad es corta, entonces podemos decir que esa actividad tiene un alto índice de crucialidad.

Ambos índices ofrecen información complementaria para tomar decisiones. Actividades con alta crucialidad deberán ser tratadas debido a la incertidumbre que crean sobre el proyecto, mientras que actividades con alta criticidad deberán ser acortadas, pues son susceptibles de convertirse en "cuellos de botella".

## 1.4 Análisis de Resultados.

### 1.4.1 Duración esperada del proyecto en función de la duración esperada de las actividades

Cualquier incremento en la duración de una actividad conducirá a un incremento de la duración del proyecto, o, al menos, la duración del proyecto permanecerá constante. En el caso contrario, cualquier decremento en la duración de la actividad conducirá a un decremento de la duración del proyecto, o, al menos, la duración del proyecto permanecerá constante.

Como era previsible, en todos los casos apreciamos que al aumentar la duración de la actividad correspondiente, esa actividad y aquellas actividades que pertenecen a su camino van aumentando su criticidad (Fig 1.2). Podemos fijarnos en que cuando las actividades superan el 95% de criticidad, la duración esperada del proyecto aumenta exactamente la cantidad aumentada en cada una de las actividades, es decir, la actividad en cuestión se convierte prácticamente en la única que influye en la duración esperada del proyecto. Son reseñables el caso de la actividad 1 y la actividad 5, que cuando se ven aumentadas se convierten, en solitario, en las más críticas (Fig 1.2).

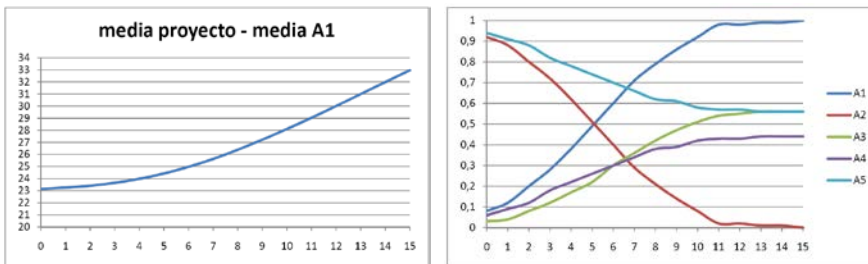


Fig. 1.2 Duración media del proyecto y criticidades en función de la duración de la actividad A1

De la misma manera, la crucialidad de las actividades aumenta al aumentar la duración de cada una de ellas. Es reseñable el comportamiento de las actividades 1 y 4. Al aumentar la duración de la actividad 1, aumenta su crucialidad; no obstante, debido a la larga duración de la actividad 4, que pertenece al mismo camino que la uno, la crucialidad de ambas en este caso acaba siendo similar.

### 1.4.2 Variabilidad de la duración del proyecto en función de la duración esperada de las actividades

En todos los casos, la variabilidad de la duración del proyecto se estabiliza para permanecer constante a partir de un determinado límite. Esto ocurre exactamente cuando la criticidad de la actividad aumentada en cada caso alcanza aproximadamente la unidad.

En este caso nos encontramos tres tipos de actividades al aumentar la duración esperada de las mismas: unas que disminuyen la variabilidad de la duración del proyecto (Fig 1.3), otras que aumentan la variabilidad de la duración del proyecto y un último grupo que hacen que esa variabilidad oscile antes de estabilizarse.

Estos resultados ya suponen de por sí una importante aportación, pues ahora sabemos que alargar determinadas actividades puede contribuir a reducir la incertidumbre sobre la fecha de finalización del proyecto sin retrasarlo demasiado.

Para redes con caminos con criticidades más dispares, la reducción de la incertidumbre sobre la duración del proyecto al aumentar las actividades más críticas será mucho mayor; mientras que alargar las actividades menos críticas contribuirá, a medida que las criticidades entre caminos se van igualando, a incrementar considerablemente la incertidumbre sobre la duración del proyecto.

Respecto a las actividades que provocan oscilaciones en la variabilidad de la duración del proyecto, nos damos cuenta de que son las actividades finales del proyecto. El razonamiento que podemos plantear es sencillo. Las actividades iniciales del proyecto, como es lógico, son las que mayor incertidumbre arrojan sobre el desarrollo del mismo, pues se ejecutan en los periodos con menor información. En cambio, al acercarse el final, la información de la que se dispone es mucho mayor y la incertidumbre sobre la fecha de finalización del proyecto es menor, es decir, las actividades finales generan menor incertidumbre sobre el proyecto al depender más del desarrollo de las actividades que las preceden.

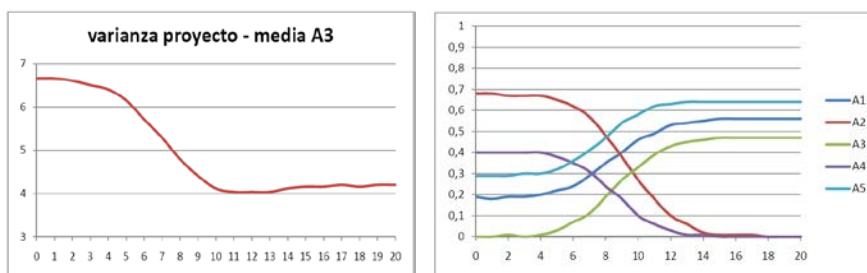


Fig. 1.3 Varianza del proyecto y crucialidad en función de la duración de la actividad A3

Así pues, las actividades que componen las fases iniciales son las que más incertidumbre generan sobre la fecha de finalización del proyecto y son esas actividades las que los directores de proyectos deberán estudiar con más atención, pues

tratando estas actividades de la manera adecuada se puede reducir mucho la incertidumbre sobre el final del proyecto.

Además, hemos comprobado que si el objetivo es reducir la variabilidad en la duración del proyecto, se pueden tomar dos decisiones. Aumentar la criticidad del camino más crítico contribuirá a reducir notablemente la variabilidad del proyecto; es decir, alargar un poco las actividades iniciales más críticas o acortar las menos críticas, reducirá la incertidumbre sobre el proyecto. Una segunda opción es tratar de reducir la incertidumbre generada por las actividades más cruciales, en especial las iniciales.

La diferencia entre ambas estrategias es evidente, pues la primera es mucho más fácil de aplicar, y puede incluso no suponer coste alguno; mientras que la segunda será más complicada de aplicar y puede ser costosa. Aplicar una u otra dependerá, en general, del tipo de proyecto del que estemos hablando, es decir, de si se necesita acabar el proyecto lo antes posible o se necesita acabarlo a tiempo y de los recursos económicos de que se disponga.

### ***1.4.3 Duración esperada del proyecto en función de la variabilidad de la duración de las actividades.***

Para proyectos que incluyen ramas en paralelo, que podemos suponer que serán la mayoría, a la vista de los resultados podemos decir que aumentar la variabilidad en la duración de una actividad siempre conducirá a aumentar la duración esperada del proyecto completo.

La criticidad es un indicador que no ofrece una información completa sobre la duración esperada del proyecto. Cuanto más aumenta la variabilidad de la duración de las actividades, más subestima la longitud del camino crítico la duración esperada del proyecto; es decir, a mayor variabilidad por actividad, peor comportamiento predictivo del índice de criticidad. El índice de crucialidad mide mejor la influencia de la incertidumbre.

### ***1.4.4 Variabilidad de la duración del proyecto en función de la variabilidad de la duración de las actividades.***

Si bien a priori podríamos evaluar esta influencia basándonos exclusivamente en los análisis de crucialidad, hemos utilizado la regresión lineal múltiple como método para la medida de la importancia de la incertidumbre de la actividad. Los resultados nos indican que todas las variables son significativas, pues todas las variables han sido incluidas en el modelo; no obstante, es evidente que hay grandes diferencias entre actividades. La actividad 2 es notablemente la más influyente, pues crea casi el 50% de la variabilidad en la duración del proyecto, y la ac-

tividad 5 crea el 35% de esa variabilidad. Con un 85% de variabilidad creada sobre la duración del proyecto, las variabilidades en la duración de las actividades 2 y 5 son, con diferencia, las más influyentes en este aspecto. Por lo tanto, serán estas actividades las que los directores de proyecto deberán tratar de tener más en cuenta para reducir la incertidumbre del proyecto.

## 1.5 Conclusiones

Del estudio realizado, podemos concluir que realizar un análisis de diferentes escenarios posibles para el desarrollo del proyecto mediante simulación de Monte Carlo aportaría una gran ventaja para los directores de proyectos a la hora de tomar decisiones. Es un análisis sencillo una vez que el modelo de simulación está creado y permite saber qué actividades son clave en el desarrollo del proyecto y por tanto deben recibir una atención especial.

Determinadas actividades con unas características concretas en lo que a crucialidad y criticidad se refiere, son decisivas para el desarrollo del proyecto. Así, actuar sobre estas actividades, tanto variando su duración esperada como centrando los esfuerzos en reducir la variabilidad de esa duración, permite reducir la incertidumbre sobre la duración del proyecto.

Además, hemos comprobado que la criticidad no es un indicador completamente significativo de la importancia de duración de las actividades en la duración del proyecto, y que la crucialidad aporta una información complementaria para los análisis.

Por todo ello, consideramos que un estudio sobre la influencia de la duración de las actividades sobre la duración del proyecto completo previo al inicio del mismo, contribuiría a tomar decisiones más seguras tanto relativas a los plazos como relativas a los costes, los requisitos de financiación y los recursos materiales y humanos.

## 1.5 Bibliografía

- Cho JG, Yum BJ (1997) An uncertainty importance measure of activities in PERT networks, *International Journal of Production Research* 35 2737-2757.
- Elmaghraby SE, Fathi Y, Taner MR, od J (1998) On the sensitivity of project variability to activity mean duration. *Int. J. Production Economics* 62 219-232
- Elmaghraby SE, (2000) On criticality and sensitivity in activity networks. *European Journal of Operational Research*
- Gutierrez G, Paul A, (1998) Analysis of the effects of uncertainty, risk-pooling and subcontracting mechanisms on project performance, *Technical Report, University of Texas*
- Williams TM (1992) Criticality in stochastic networks, *J of Operational Research Society* 43 353-357
- Williams TM (1993) What is critical?, *Risk Management* 0263-7863/93/040197-04.